

# 5. LES AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

JEAN-MICHEL SALLESE

## **L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL**

**L'Ampli. Op. et son modèle**

**L'Ampli Op en réaction négative**

**L'Ampli Op en tant que Comparateur**

**L'Ampli Op en tant que Redresseur**

**L'Amplificateur Différentiel**

**L'Ampli Op en réaction positive**

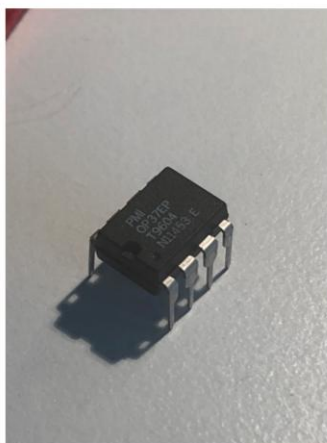
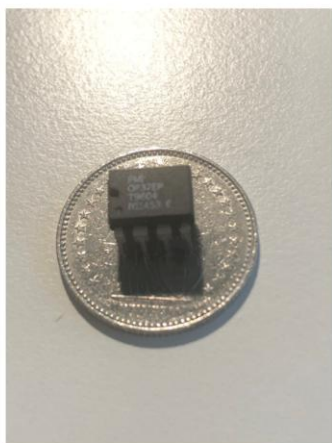
**L'Ampli Op en régime sinus**

**Gain Bandwidth et Slew Rate**

## LE MODÈLE

## *A QUOI RESSEMBLE UN 'AMPLI-OP'*

?

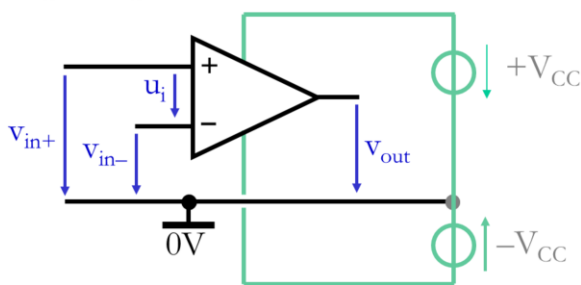




## AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL : LE DISPOSITIF

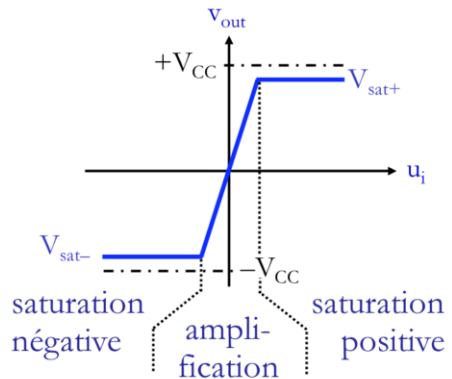
L'amplificateur opérationnel est un dispositif électronique à **deux entrées et une sortie**. Le potentiel de sortie est l'image **très amplifiée** de la **différence de potentiel** des deux entrées.

Il est généralement alimenté par deux sources de tensions **qui ne sont pas représentées**.



$$v_{out} = A \cdot (v_{in+} - v_{in-}) = A \cdot u_i$$

avec  $A_{typ} > 10^5$



L'amplificateur opérationnel est un composant de base très important, utilisé dans de nombreux montages électroniques analogiques.

Il permet de réaliser de façon relativement simple des fonctions linéaires et non-linéaires.

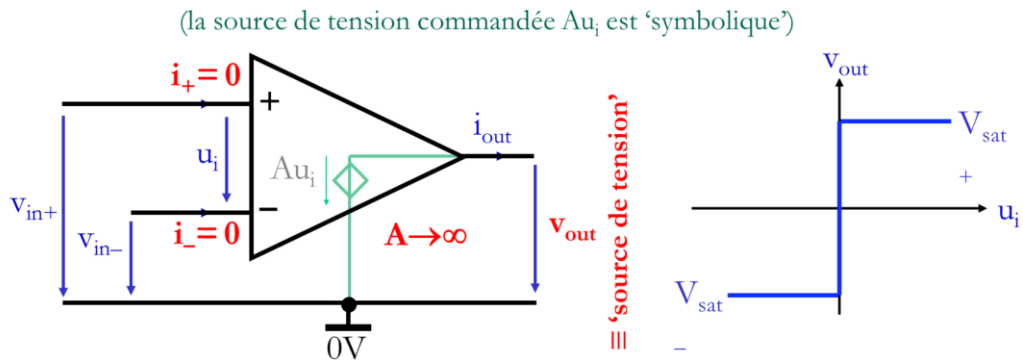
L'amplificateur opérationnel est réalisé à l'aide de quelques dizaines de transistors et éléments passifs.

L'amplificateur opérationnel sera traité ici comme une boîte noire dont on connaît les caractéristiques globales.

## AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL : LE MODÈLE IDÉAL

Le modèle idéal de l'amplificateur opérationnel est :

- un **gain 'infini'** (dans la zone linéaire:  $V_{sat-} < v_{out} < V_{sat+}$ )
- des **courants d'entrée nuls**.
- une **résistance de sortie nulle**:  $v_{out}$  est indépendant de  $i_{out}$   
(possibilité de cascader plusieurs circuits sans interaction du suivant sur le précédent)



Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 7

Les performances des amplificateurs opérationnels sont proches de la définition de l'amplificateur opérationnel idéal.

On étudiera les différentes applications sur la base de ce modèle idéal.

La sortie de l'ampli-op impose un potentiel qui peut-être positif ou négatif (suivant que l'alimentation soit entre 0 et 10V, ou bien 'symétrique' entre -10 V et +10V, par exemple)

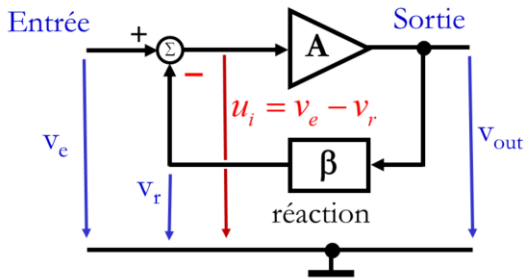
Ce potentiel de sortie est supposé indépendant du courant (**le courant peut être sortant ou entrant**) à cette borne.

La source fictive de tension  $v_{out}$ , incluse dans l'ampli-op, modélise l'effet des composants internes, **alimentés par une ou deux sources qui, en général, ne sont pas représentées**.

## **AO EN RÉACTION NÉGATIVE**

## LA RÉACTION NÉGATIVE - PRINCIPE

**Le principe général de réaction négative** consiste à ramener vers l'entrée une image du signal de sortie que l'on soustrait au signal initial.



$$\left. \begin{aligned} u_i &= +v_e - v_r \\ v_r &= \beta \cdot v_{out} \\ v_{out} &= A \cdot u_i \end{aligned} \right\} \boxed{v_{out} = v_e \frac{A}{1 + A\beta}}$$

$$\text{Si } A = \infty \left\{ \begin{aligned} v_{out} &= \frac{v_e}{\beta} \\ u_i &= \frac{v_{out}}{A} \rightarrow 0 \end{aligned} \right.$$

En réaction négative, un amplificateur qui a un **très grand gain va donc** :

- ajuster automatiquement sa sortie de façon à **égaliser le potentiel d'entrée  $v_e$  avec le potentiel de la réaction  $v_r$  ( $u_i \sim 0$ )**
- adopter un comportement qui **ne dépend plus que de la réaction  $\beta$**

La réaction négative est le principe général qui est à la base de tous les asservissements. Dans ce cas symbolique  $v_e$  serait appelé la consigne,  $v_{out}$  la grandeur réglée ou de sortie,  $v_r$  la mesure et  $u_i$  l'erreur. L'asservissement essayer de minimiser l'erreur entre la sortie et une consigne.

Dans le cas d'un gain infini, cette erreur devient nulle, une propriété qui sera mise en avant par la suite.

## LA RÉACTION NÉGATIVE - PRINCIPE

### Avantages de la réaction négative

Même si l'amplificateur n'est pas idéal, tant que la condition  $A \cdot \beta \gg 1$  est vérifiée, le **comportement du circuit ne dépend plus que des éléments de réaction:**

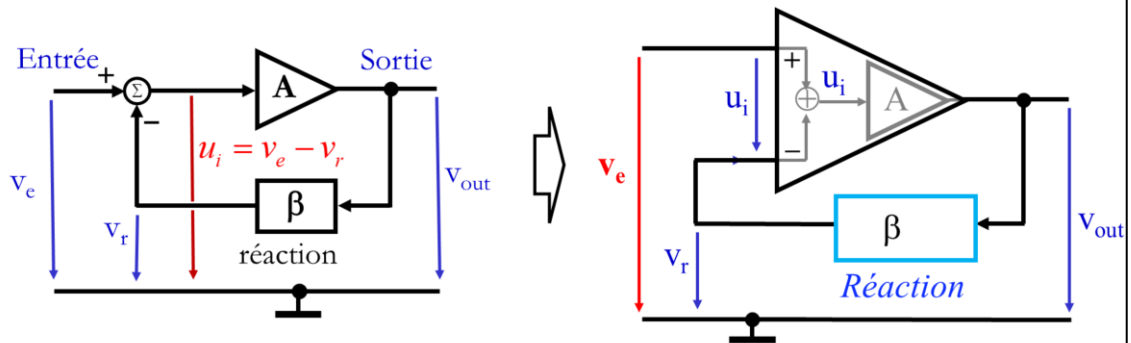
$$\Rightarrow v_{out} = \frac{v_e}{\beta}$$

Avantages:

- Atténuation des défauts propres de l'amplificateur réel.
- Précision de la caractéristique de transfert due au gain  $\beta$ .
- Grande souplesse de conception.

## L'AMPLI. OP. EN RÉACTION NÉGATIVE

L'amplificateur opérationnel effectue cette fonction  $v_{out} = A(v_e - v_r)$



De plus, son gain très élevé permet de réaliser

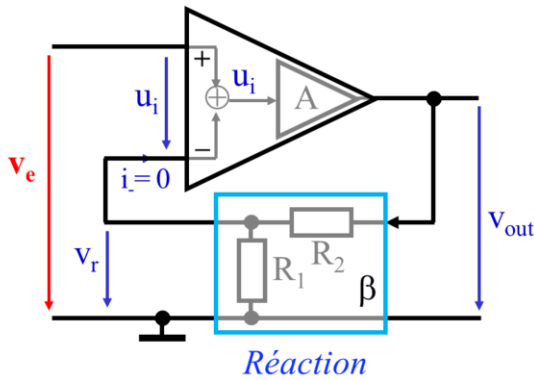
$$\left\{ \begin{array}{l} v_{out} = \frac{v_e}{\beta} \\ u_i \cong 0 \end{array} \right.$$

Cette opération conceptuelle peut être réalisée avec les amplificateurs opérationnel étant donné qu'ils effectuent cette opération de 'soustraction' entre l'entrée '+', et qu'ils présentent un gain  $A$  très élevé.

## L'AMPLI. OP. EN RÉACTION NÉGATIVE

### Le cas de l'amplificateur non-inverseur

(la tension de sortie a le même signe que la tension d'entrée)



*Détermination de la réaction  $\beta$*

$$v_r = v_{out} \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$



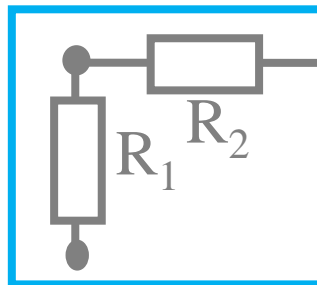
$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

*Gain en mode non-inverseur*

$$v_{out} = v_e \cdot \frac{1}{\beta} = v_e \cdot \frac{R_2 + R_1}{R_1}$$

Dans ce cas précis, le bloc de réaction est constitué d'un diviseur de tension résistif. Comme  $i_i$  est nul, on peut ignorer la connexion vers l'ampli-op.

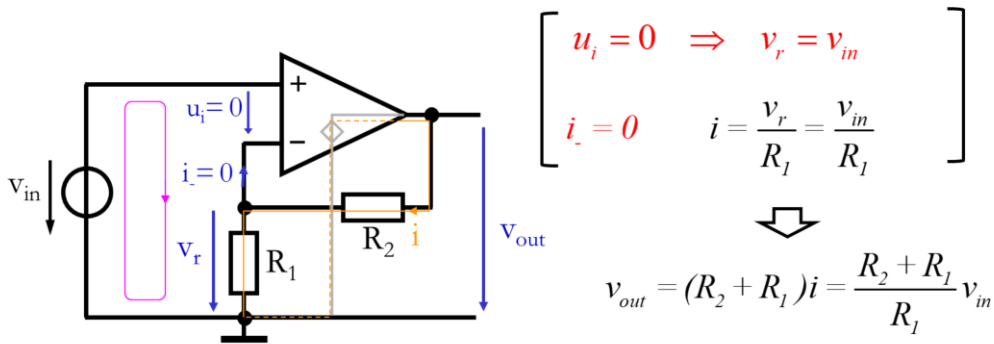
La partie encadrée se résume alors à:



Il s'agit d'un simple diviseur résistif.

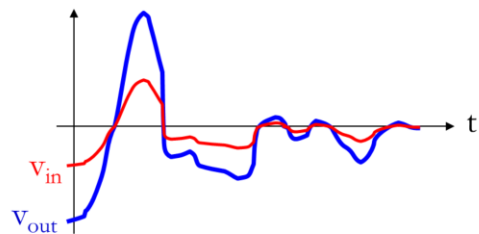
## L'AMPLI. OP. EN RÉACTION NÉGATIVE

### Autre méthode d'analyse de l'amplificateur op. non-inverseur



$$v_{out} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} v_{in} = \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right) v_{in}$$

*Même résultat qu'avec la théorie de la réaction négative*



D'une façon générale, on suppose que l'Ampli. Op. est idéal:

Le gain intrinsèque  $A$  est infini et les courants  $i_+$  et  $i_-$  sont nuls.

-On regarde d'abord s'il est en réaction négative. Si c'est le cas, on sait à priori que  $u_i$  est nul.

-L'équation de la maille d'entrée:  $u_i + v_r - v_{in} = 0 \Rightarrow v_r = v_{in}$

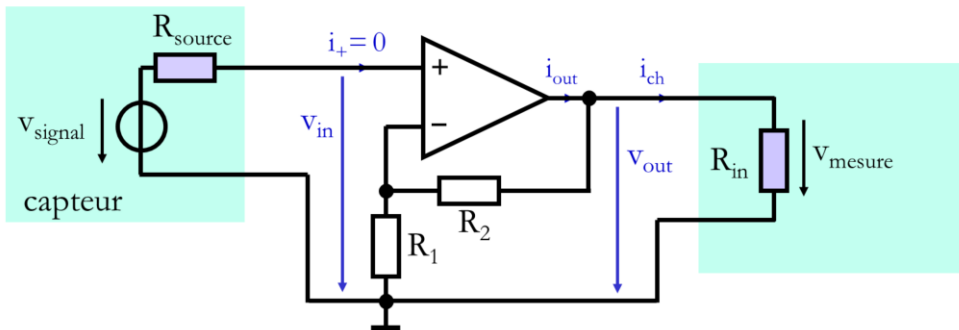
-Comme  $i_- = 0$ , le même courant traverse  $R_1$  et  $R_2$ :  $i = v_r / R_1 = v_{out} / (R_1 + R_2)$

En combinant ces relations on en déduit:  $v_{out} = v_{in} \cdot (R_1 + R_2) / R_1$

Le rapport  $v_{out} / v_{in} = (R_1 + R_2) / R_1$  est le gain du montage, il est toujours positif et supérieur à 1.

Le terme non-inverseur vient du fait que  $v_{out}$  et  $v_{in}$  sont de même signe.

## L'AMPLI. OP. NON-INVERSEUR : EXEMPLE 1



$$i_+ = 0 \Rightarrow v_{in} = v_{signal}, \text{ indépendante de } R_{source}$$

$$v_{out} = v_{in} \cdot (R_2 + R_1) / R_1, \text{ indépendante de } i_{out}$$

$$v_{mesuré} = v_{out} \text{ indépendant de } R_{in}$$

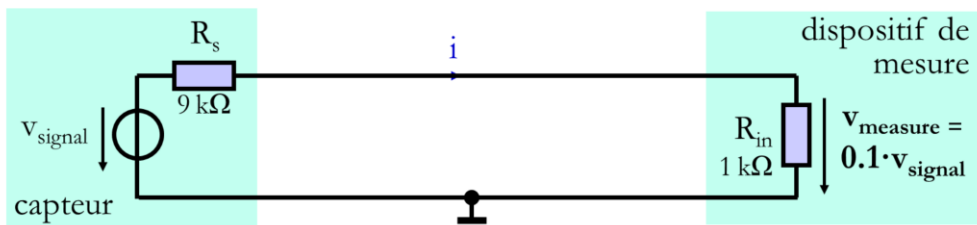
$$v_{mesure} = v_{signal} \left[ \frac{R_2}{R_1} + 1 \right] \quad \forall R_{source} \text{ et } R_{in}$$

L'application la plus classique de l'ampli non-inverseur est d'amplifier un signal trop faible pour être utilisé tel quel .

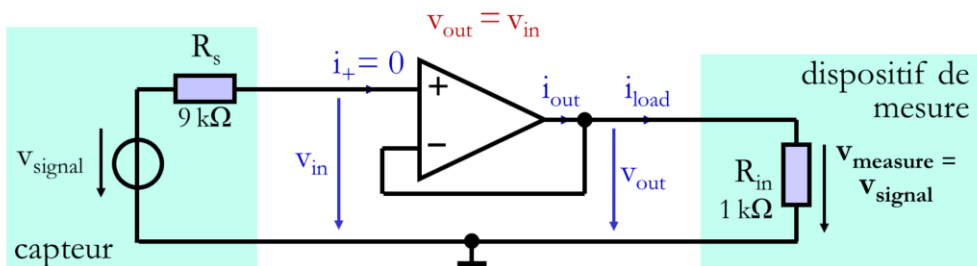
Avantages supplémentaires: la résistance de la source est sans effet, car elle est traversée par un courant  $i_+$  nul.

De plus, la résistance de charge, qui serait la résistance d'entrée pour un étage connecté à la suite, est également sans effet car la sortie se comporte comme une source de tension idéale ( $v_{out}$  indépendant de  $i_{out}$ ).

## L'AMPLI. OP. NON-INVERSEUR : EXEMPLE 2 LE SUIVEUR DE TENSION



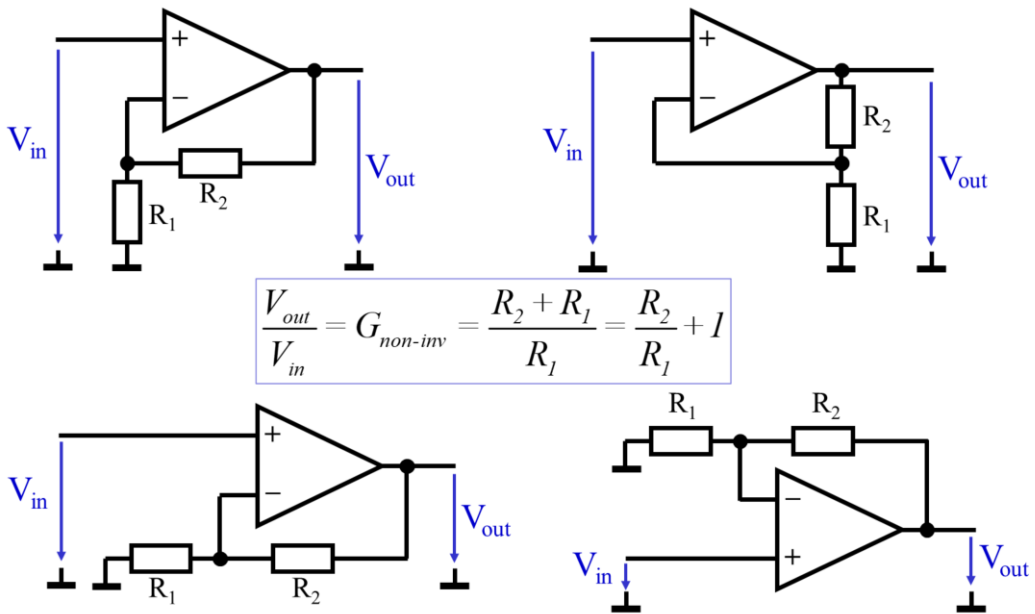
### suieteur de tension:



Cas particulier de l'ampli-op non-inverseur avec  $R_2 = 0$  et  $R_1 = \infty$  : Gain = +1

Ce circuit est utile car il n'utilise aucun courant provenant de la source du signal, donc aucune chute de potentiel à travers  $R_s$ , ce qui implique  $v_{\text{in}} = v_{\text{signal}}$ . De plus, on a  $v_{\text{out}} = v_{\text{in}}$  quelque soit le courant dans la charge.

## L'AMPLI. OP. NON-INV. : DIVERSES REPRÉSENTATIONS



Les connexions sont identiques dans les quatre cas !

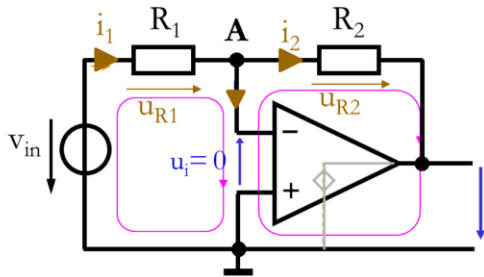
Les éléments peuvent être disposés graphiquement de diverses manières, mais les connexions sont identiques dans tous les cas.

Les connexions des éléments au potentiel de référence 0V du circuit, appelé "masse", ne sont souvent pas dessinées, mais représentées par des symboles.

## L'AMPLI. OP. EN RÉACTION NÉGATIVE

### Cas de l'amplificateur Inverseur

(la tension de sortie a un signe opposé à la tension d'entrée)



$$u_i = 0 \Rightarrow u_{R1} = v_{in} \Rightarrow i_1 = \frac{v_{in}}{R_1}$$

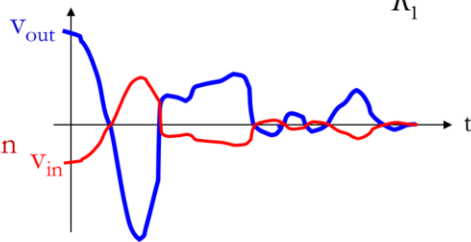
$$i_- = 0 \Rightarrow i_2 = i_1 = \frac{v_{in}}{R_1}$$

$$u_{R2} = R_2 \cdot i_2 = R_2 \cdot i_1 = R_2 \cdot v_{in} / R_1$$

$$u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_{R2} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_{in}$$

$$v_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_{in}$$

$$R_{in} = \frac{v_{in}}{i_1} = R_1$$



Le noeud A est à un potentiel nul, mais aucun courant ne circule de ce point vers la masse, d'où son appellation de **masse fictive**.

Méthode d'analyse.

On suppose que l'Ampli-op est idéal, et donc que A est infini et que les courants  $i_+$  et  $i_-$  sont nuls.

On analyse s'il est en réaction négative.

Si c'est le cas, on peut poser que  $u_i$  est nul.

-L'équation de la maille d'entrée 1:

$$u_{R1} - u_i - v_{in} = 0 \Rightarrow u_{R1} = v_{in} \Rightarrow i_1 = u_{R1} / R_1 = v_{in} / R_1$$

-Etant donné que  $i_- = 0$ ,  $i_1 = i_2$

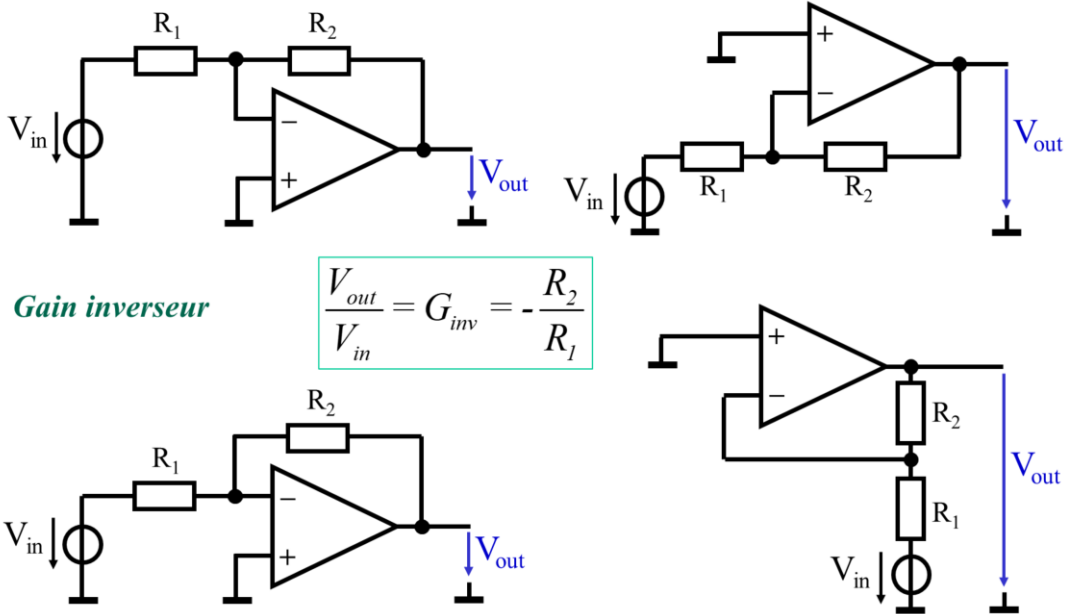
-L'équation de la maille de sortie 2:

$$u_{R2} + v_{out} + u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_{R2} = -i_2 R_2 = -v_{in} \cdot R_2 / R_1$$

Le rapport  $v_{out} / v_{in} = -R_2 / R_1$  est le gain du montage, il est toujours négatif.

Le terme inverseur vient du fait que  $v_{out}$  et  $v_{in}$  sont toujours de signe opposé.

## L'AMPLI. OP. INV. : DIVERSES REPRÉSENTATIONS

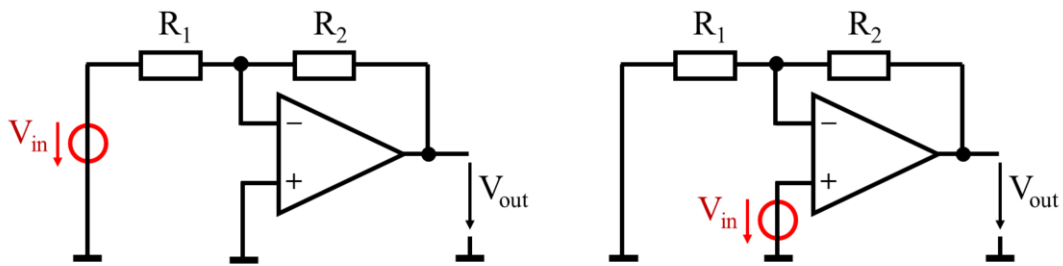


Les connexions sont identiques dans les quatre cas !

Les éléments peuvent être disposés graphiquement de diverses manières, mais les connexions sont identiques dans tous les cas.

Les connexions des éléments au potentiel de référence 0V du circuit, appelé "masse" sont représentées par des symboles.

## AMPLIFICATEUR INVERSEUR ET NON-INVERSEUR, COMPARAISON



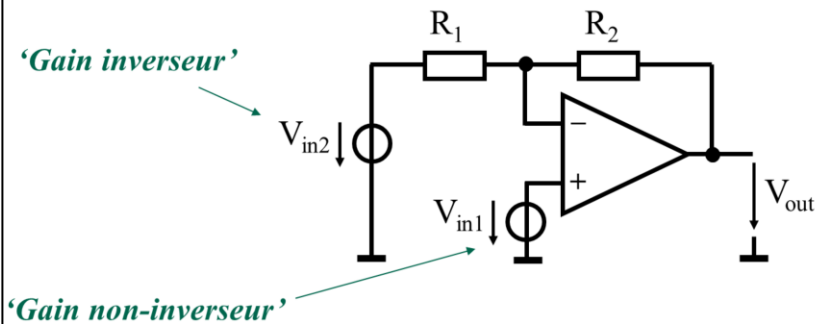
$$G_{inv} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$G_{non-inv} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = +\frac{R_2 + R_1}{R_1} = +\frac{R_2}{R_1} + 1$$

Les éléments de réaction sont disposés de la même façon dans les deux montages. Ce sont eux qui déterminent le gain.

C'est l'emplacement de la source du signal à amplifier qui détermine s'il est **inversé (gain négatif)** ou **non-inversé (gain positif)**.

## AMPLIFICATEUR À AMPLI OP: CAS GÉNÉRAL



$$V_{out} = G_{non-inv} V_{in1} + G_{inv} V_{in2}$$

$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in1} - \left(\frac{R_2}{R_1}\right) V_{in2}$$

Le cas général peut facilement être étudié comme la superposition d'un amplificateur non-inverseur et d'un amplificateur inverseur.

Ou par la méthode générale:

- L'AO est en réaction négative par  $R_2$ , on sait à priori que  $u_i$  est nulle.

- L'équation de la maille d'entrée :

$$u_{R1} - u_i + v_{in1} - v_{in2} = 0 \Rightarrow u_{R1} = v_{in2} - v_{in1} \Rightarrow$$

$$i_{R1} = (v_{in2} - v_{in1})/R_1$$

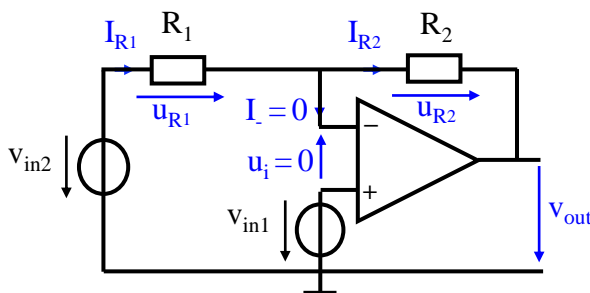
- Comme  $i_- = 0$ ,  $i_{R2} = i_{R1} = (v_{in2} - v_{in1})/R_1$

- L'équation de la maille de sortie :

$$u_{R2} + v_{out} - v_{in1} + u_i = 0$$

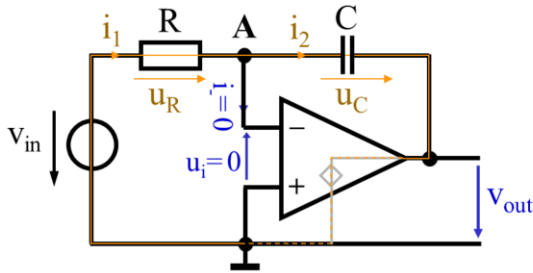
$$\Rightarrow v_{out} = v_{in1} - u_{R2} = v_{in1} - i_2 R_2 = v_{in1} - (v_{in2} - v_{in1}) \cdot R_2/R_1$$

$$v_{out} = v_{in1} \cdot (1 + R_2/R_1) - v_{in2} \cdot R_2/R_1$$



## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION NÉGATIVE

### Intégrateur inverseur



$$u_i = 0 \Rightarrow u_R = v_{in} \Rightarrow i_1 = \frac{v_{in}}{R}$$

$$i_- = 0 \Rightarrow i_2 = i_1 = \frac{v_{in}}{R}$$

$$\begin{aligned} u_C &= u_C(0) + \frac{1}{C} \int i_2 dt \\ &= u_C(0) + \frac{1}{RC} \int v_{in} dt \end{aligned}$$

$$u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_C$$

$$V_{out} = V_{out}(0) - \frac{1}{RC} \int V_{in} dt$$

En régime sinus

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_C}{Z_R} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

← 'inverseur'

- L'équation de la maille d'entrée:

$$u_R - u_i - v_{in} = 0 \Rightarrow u_R = v_{in} \Rightarrow i_1 = v_{in}/R_1$$

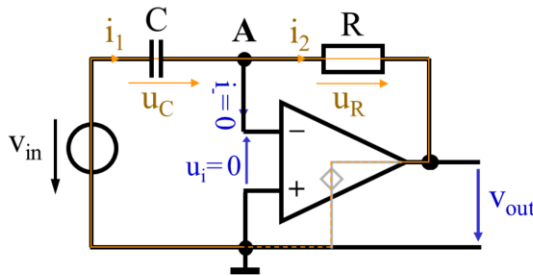
- Comme  $i_- = 0$ ,  $i_1 = i_2$

- L'équation de la maille de sortie:

$$u_C + v_{out} + u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_C = -u_C(0) - 1/C \int i_2 dt = v_{out}(0) - 1/RC \int v_{in} dt$$

## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION NÉGATIVE

### Dérivateur inverseur



$$u_i = 0 \Rightarrow u_C = v_{in} \Rightarrow i_1 = C \frac{dv_{in}}{dt}$$

$$i_- = 0 \Rightarrow i_2 = i_1 = C \frac{dv_{in}}{dt}$$

$$u_R = R \cdot i_2 = RC \frac{dv_{in}}{dt}$$

$$u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_R = -RC \frac{dv_{in}}{dt}$$

$$V_{out} = -RC \frac{dv_{in}}{dt}$$

'inverseur'

En régime sinus  $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_R}{Z_C} = -j\omega RC$

- L'équation de la maille d'entrée:

$$u_C - u_i - v_{in} = 0 \Rightarrow u_C = v_{in} \Rightarrow i_1 = C \frac{dv_{in}}{dt}$$

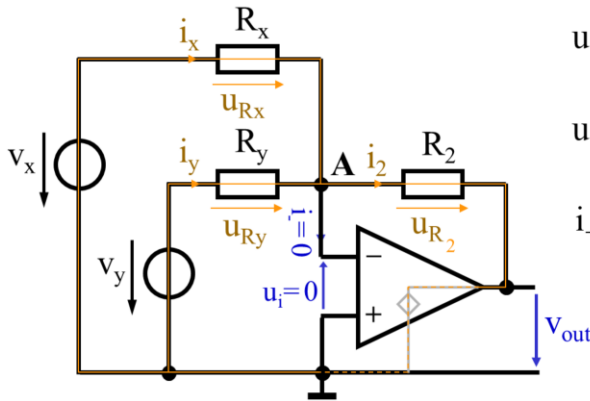
- Comme  $i_- = 0$ ,  $i_1 = i_2$

- L'équation de la maille de sortie:

$$u_R + v_{out} + u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_R = -Ri_2 = -RC \frac{dv_{in}}{dt}$$

## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION NÉGATIVE

### Sommateur inverseur



$$u_i = 0 \Rightarrow u_{R_x} = v_x \Rightarrow i_x = \frac{v_x}{R_x}$$

$$u_i = 0 \Rightarrow u_{R_y} = v_y \Rightarrow i_y = \frac{v_y}{R_y}$$

$$i_- = 0 \Rightarrow i_2 = i_x + i_y = \frac{v_x}{R_x} + \frac{v_y}{R_y}$$

$$u_{R_2} = R_2 \cdot i_2 = R_2 \cdot \left( \frac{v_x}{R_x} + \frac{v_y}{R_y} \right)$$

$$u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_{R_2}$$

$$v_{out} = -\frac{R_2}{R_x} \cdot v_x - \frac{R_2}{R_y} \cdot v_y$$

Somme pondérée (extensible à n termes).

Chaque coefficient de pondération est indépendant et ajustable par une résistance en entrée.

- L'équation des mailles d'entrée:

$$u_{R_x} - u_i - v_x = 0 \Rightarrow u_{R_x} = v_x \Rightarrow i_x = v_x / R_x$$

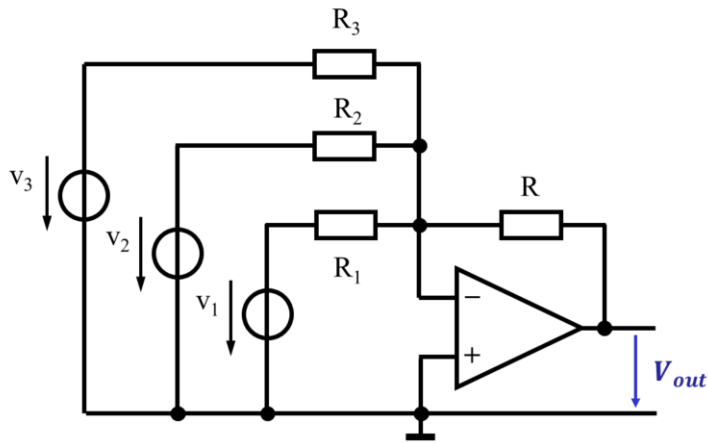
$$u_{R_y} - u_i - v_y = 0 \Rightarrow u_{R_y} = v_y \Rightarrow i_y = v_y / R_y$$

- Comme  $i_- = 0$ ,  $i_2 = i_x + i_y$

- L'équation de la maille de sortie:

$$u_{R_2} + v_{out} + u_i = 0 \Rightarrow v_{out} = -u_{R_2} = -i_2 R_2 = -v_x \cdot R_2 / R_x - v_y \cdot R_2 / R_y$$

## SOMMATEUR INVERSEUR, EXEMPLE 1



$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

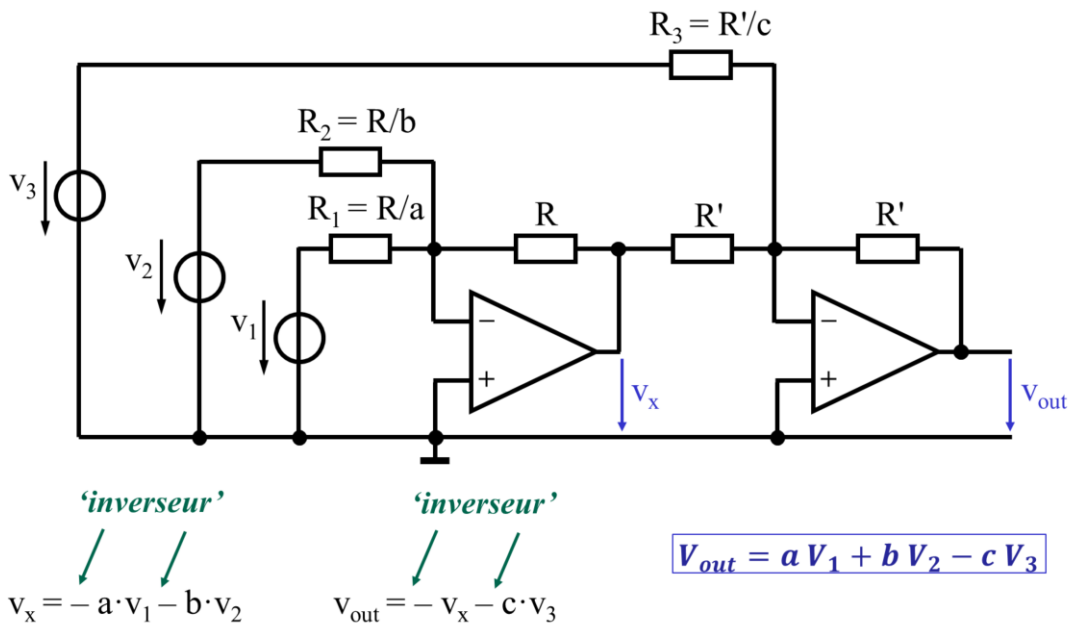
$$R_2 = 33 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$V_{out} = -V_1 - 0.3 V_2 - 10 V_3$$

## SOMMATEUR INVERSEUR, EXEMPLE 2

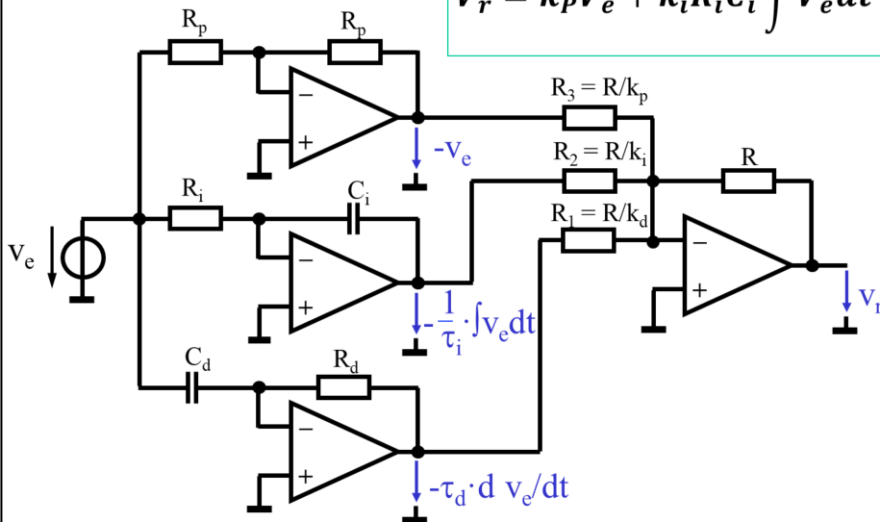


Avec deux amplificateurs opérationnels et des résistances, on peut réaliser une somme pondérée de  $n$  tensions avec des facteurs de pondération arbitraires, positifs ou négatifs, indépendants les uns des autres.

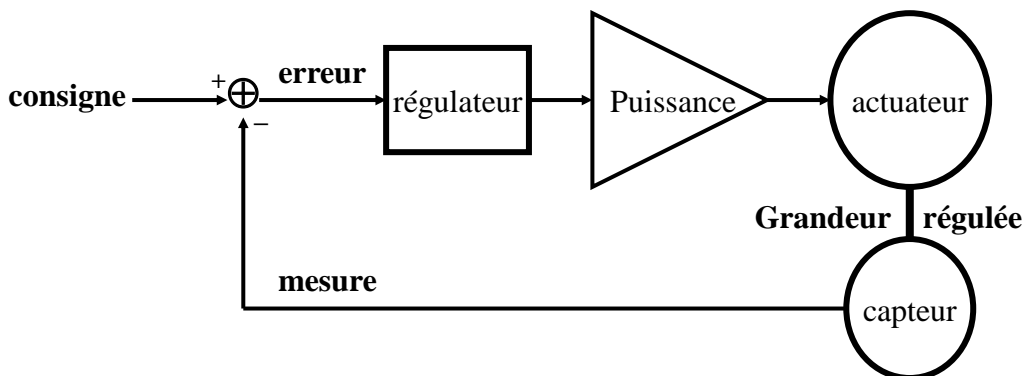
### SOMMATEUR INVERSEUR, EXEMPLE 3

#### Régulateur Proportionnel, Intégrateur, Différentiel

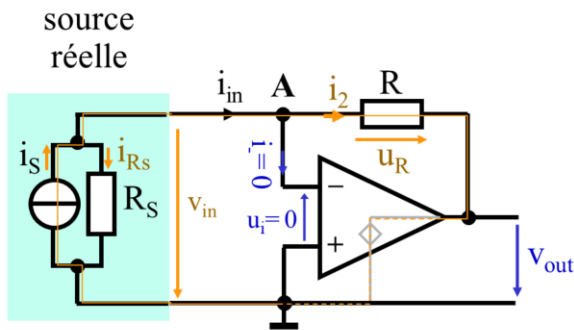
$$V_r = k_p V_e + k_i R_i C_i \int V_e dt + k_d \frac{1}{R_D C_D} \frac{dV_e}{dt}$$



Asservissement analogique classique:



## CONVERSION COURANT-TENSION



$$i_- = 0 \Rightarrow i_2 = i_{in}$$

$$u_R = R \cdot i_2 = R \cdot i_{in}$$

$$V_{out} = -U_R = -R i_{in}$$

$$u_i = 0 \Rightarrow v_{in} = -u_i = 0$$

$$v_{in} = 0 \Rightarrow i_{R_S} = \frac{v_{in}}{R_S} = 0$$

$$i_{R_S} = 0 \Rightarrow i_{in} = i_S$$

$$V_{out} = -R i_S$$

La lecture du courant est une tension en sortie  
 Cette tension est indépendante de la résistance  
 interne  $R_S$  de la source

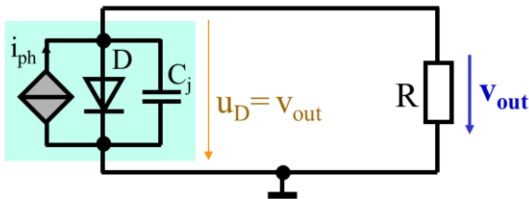
En toute généralité, ce circuit à base d'AO effectue une transformation  
 Courant-Tension.

## APPLICATION À LA PHOTODIODE

On souhaiterait  $V_{out} = R i_{ph}$

**Conversion via une résistance**

Photodiode

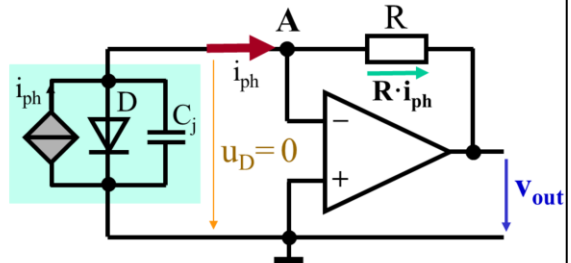


**Inconvénients:**

$V_{out} < U_J$  ( $V_{out}$  sature à  $U_J$ )

$$f_{max} < \frac{1}{2\pi RC} \cdot \frac{V_{out}}{i_{ph}} = \frac{1}{1+j\omega RC}$$

**Conversion via AO**



$$V_{out} = -R i_{ph}$$

$V_{out}$  n'est plus limité à  $U_J$

Idéalement la fréquence n'est plus limitée  
(elle le sera par les limites de l'AO)

Une photodiode est représentée par un circuit équivalent qui comprend une source de courant (qui dépend de la lumière absorbée), d'une diode, et d'une capacité intrinsèque provenant de la jonction pn.

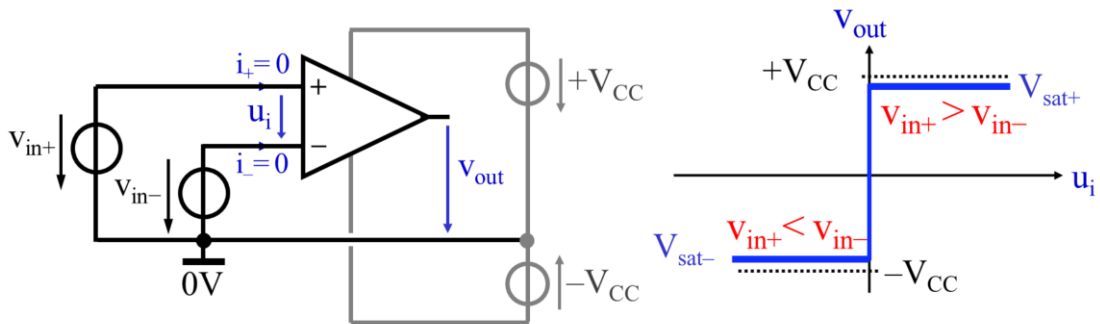
En régime sinus il faudra tenir compte de l'impédance de la capacité.



# LE COMPAREUR

## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN COMPAREUR SIMPLE

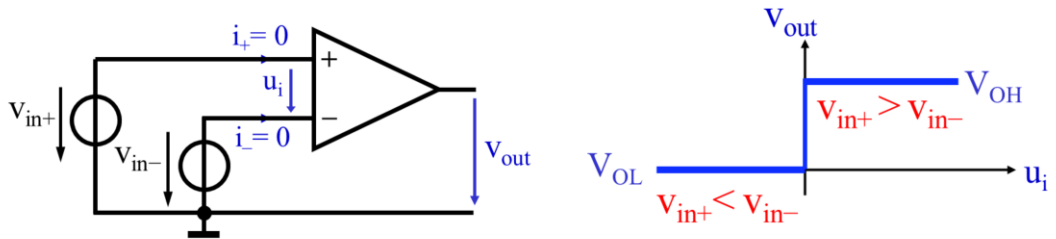
Vu le gain élevé de l'amplificateur opérationnel, en l'absence de réaction négative sa sortie peut être considérée comme binaire:  $V_{\text{sat}+}$  ou  $V_{\text{sat}-}$ , suivant que  $u_i$  est positive ou négative, donc que le potentiel de l'entrée + est supérieur ou inférieur à celui de l'entrée - .



**En l'absence de réaction négative, l'amplificateur opérationnel fonctionne en comparateur.**

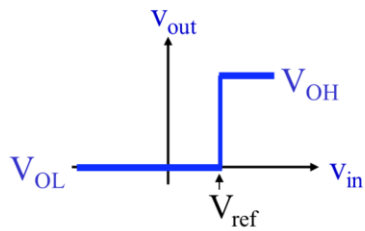
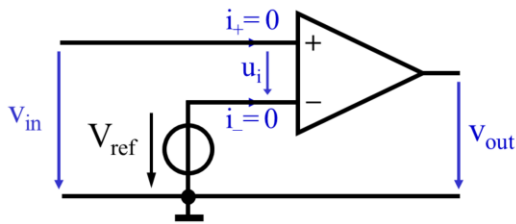
## LE "COMPARATEUR"

Les comparateurs ressemblent aux amplificateurs opérationnels mais leurs caractéristiques sont optimisées pour la fonction de comparaison. En particulier la sortie d'un comparateur sature à deux valeurs  $V_{OH}$  et  $V_{OL}$  adaptées aux circuits logiques (par ex.  $V_{OH} = +5\text{ V}$  et  $V_{OL} = 0\text{ V}$ ).

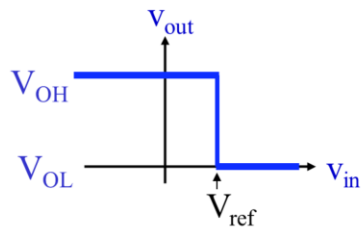
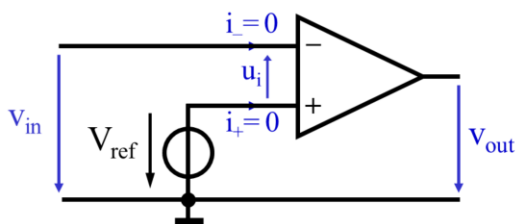


Un amplificateur opérationnel peut parfois remplacer un comparateur, mais un comparateur ne peut pas fonctionner en réaction négative comme un ampli op.

### COMPARATEUR NON-INVERSEUR



### COMPARATEUR INVERSEUR

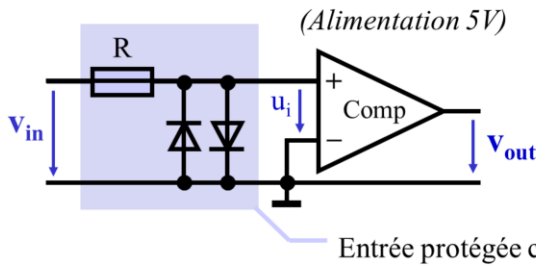


Pour effectuer une comparaison, il est préférable d'utiliser un circuit dédié dit "comparateur", plutôt qu'un ampli op

L'ampli-op a une 'vitesse limite' de la tension de sortie, appelée Slew Rate:

les temps de montée et de descente de la tension de sortie peuvent ne pas être suffisants courts et créer des distorsions.

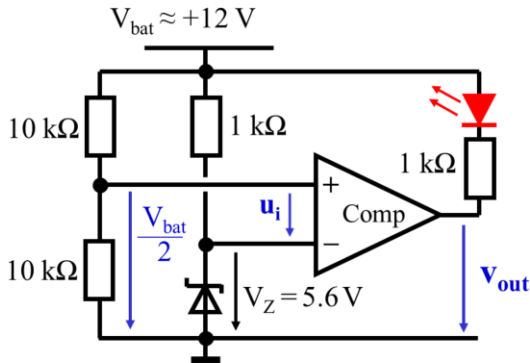
## EXEMPLES D'APPLICATION DES COMPARETEURS



### Détecteur de polarité

$$v_{in} > 0 \Rightarrow u_i > 0 \Rightarrow v_{out} = V_{OH} = 5V$$

$$v_{in} < 0 \Rightarrow u_i < 0 \Rightarrow v_{out} = V_{OL} = 0V$$



### Indicateur de batterie faible

$$V_{bat} > 11.2V \Rightarrow v_{out} = V_{OH} = V_{bat} \\ \Rightarrow \text{LED Off}$$

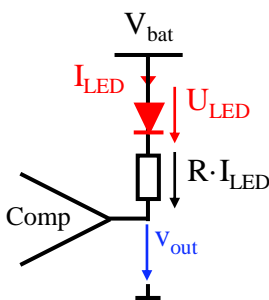
$$V_{bat} < 11.2V \Rightarrow v_{out} = V_{OL} = 0 \\ \Rightarrow \text{LED On}$$

Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 34

Le composant "comparateur" utilisé dans ces deux exemples est spécifié avec:  $V_{OL} = 0V$  et  $V_{OH} = +V_{alim}$ .

Le détecteur de polarité est une simple comparaison de la tension d'entrée avec la masse (référence 0V).

La tension d'une batterie de voiture peut varier entre environ 14.4 V, quand elle est chargée, et 10 à 11 V, quand elle est presque vide. Le but est d'allumer une LED quand la tension s'approche de la limite inférieure, ceci sans autre source que la batterie elle-même. Il s'agit de comparer une fraction de la tension variable de la batterie avec une référence constante réalisée avec une diode Zener.



$$V_{bat} = U_{LED} + R \cdot I_{LED} + v_{out}$$

$$\text{Lorsque } v_{out} = 0 \text{ on a } I_{LED} = (V_{bat} - U_{LED}) / R \approx 10 \text{ mA}$$

La LED est allumée.

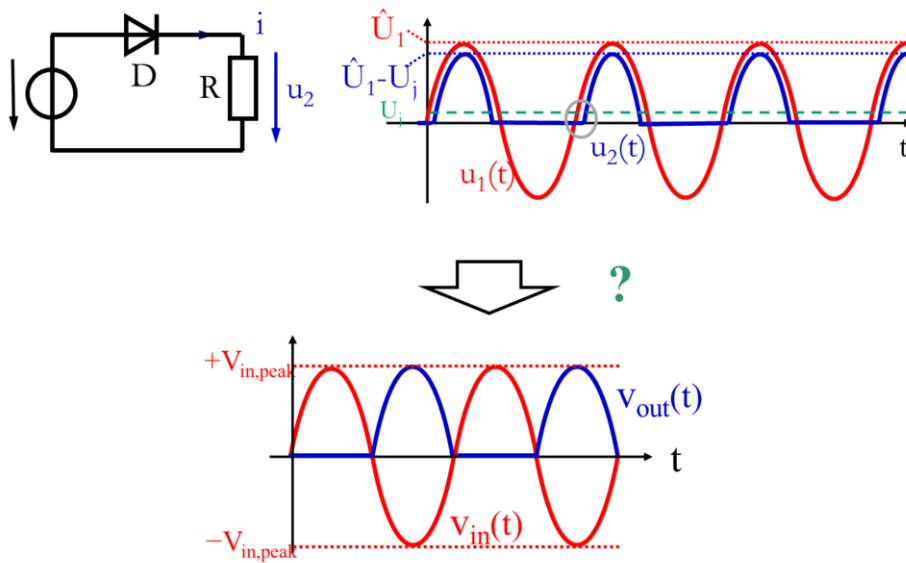
$$\text{Lorsque } v_{out} = V_{bat} \text{ on a } I_{LED} = -U_{LED} / R < 0 \text{ impossible.}$$

$$I_{LED} = 0, \text{ la LED est éteinte}$$

## LE REDRESSEUR IDÉAL

## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION NÉGATIVE

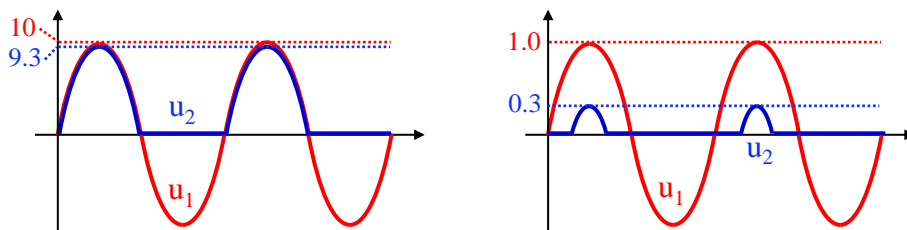
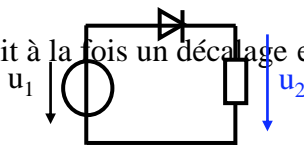
### Limites d'un circuit redresseur simple et double alternance à diodes



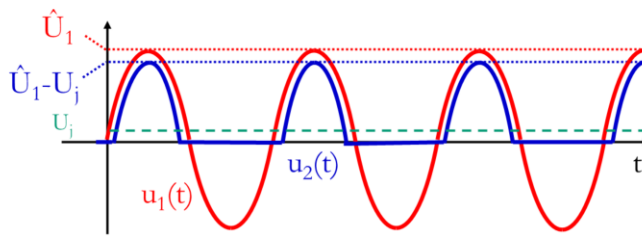
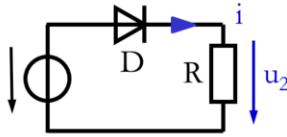
Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 36

Pour redresser des signaux de faible amplitude, il est nécessaire de recourir à une solution 'active'.

La simple diode induit à la fois un décalage en tension et en temps.



### APPLICATION : REDRESSEUR SIMPLE ALTERNANCE



Initiation à l'électronique - Chapitre 4: Diode à jonction p-n - page 37

Le redresseur simple alternance est une application directe de l'effet diode.

Un redresseur transforme un signal alternatif (périodiquement positif puis négatif) en un signal toujours positif, ou toujours négatif (selon le sens de branchement de la diode). La tension de sortie  $u_2(t)$  est donc nulle pendant la moitié d'une période.

On va perdre  $U_j$  vis-à-vis de la tension  $u_1(t)$  car on doit traverser 1 diode.

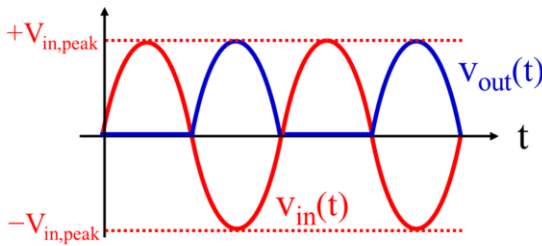
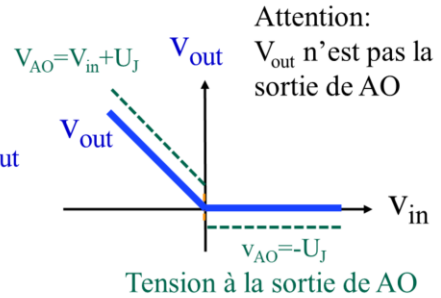
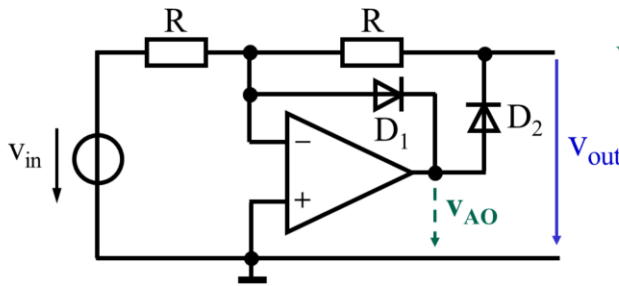
La valeur moyenne de la tension  $u_2(t)$  sur la période devient  $U_{2,moy} \cong \frac{\hat{U}_1 - U_j}{\pi}$

Les applications d'un tel circuit qui donne une tension et un courant toujours positifs (ou toujours négatifs selon le sens de branchement de la diode), mais pas continus, sont assez limitées.

Notons qu'en retournant la diode, on obtient le même comportement avec une tension  $u_2(t)$  qui ne comporte que les alternances négatives.

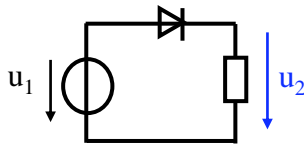
## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION NÉGATIVE

### Circuit non-linéaire: redresseur parfait simple alternance

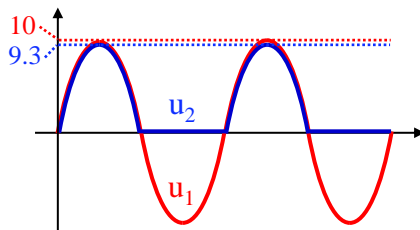


Ce redresseur actif est dit sans seuil car il n'y a pas de perte  $U_j$  entre l'entrée et la sortie, contrairement au redresseur simple à diode.

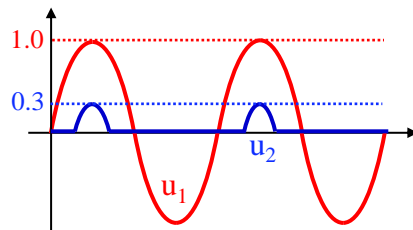
Par comparaison voilà ce que donne le redresseur simple à diode.



pour une tension  $\hat{U}_1 = 10 \text{ V}$

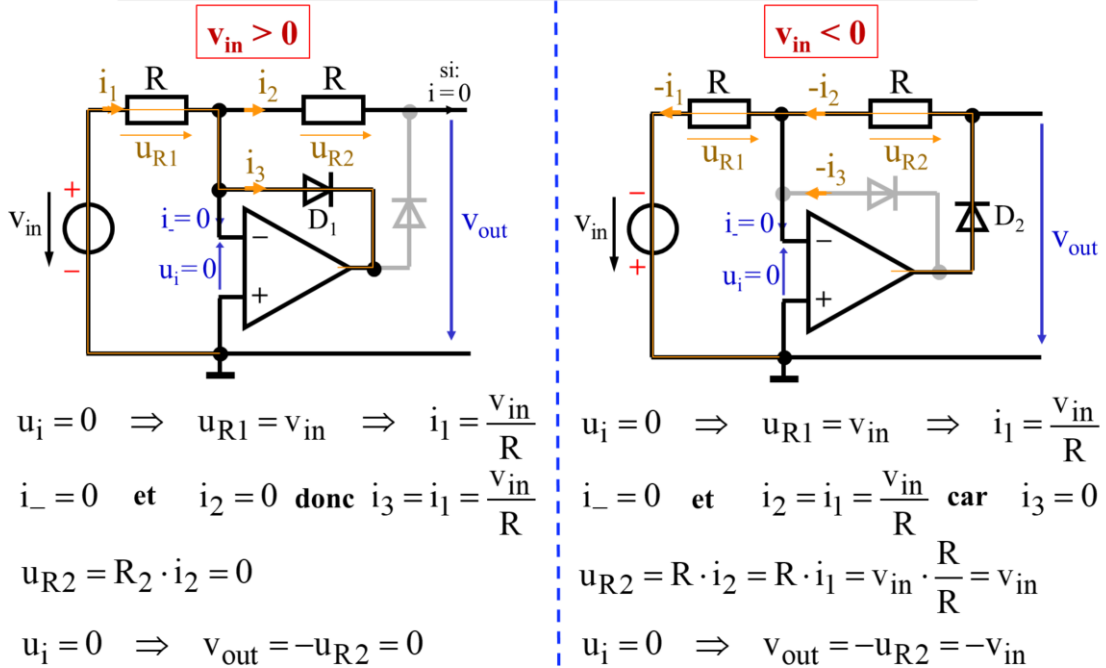


pour une tension  $\hat{U}_1 = 1 \text{ V}$



Le redresseur simple à diode est inefficace avec un signal inférieur à quelques volts, et ne fonctionne plus avec un signal inférieur à 0.7 V.

## ANALYSE DU REDRESSEUR PARFAIT SIMPLE ALTERNANCE

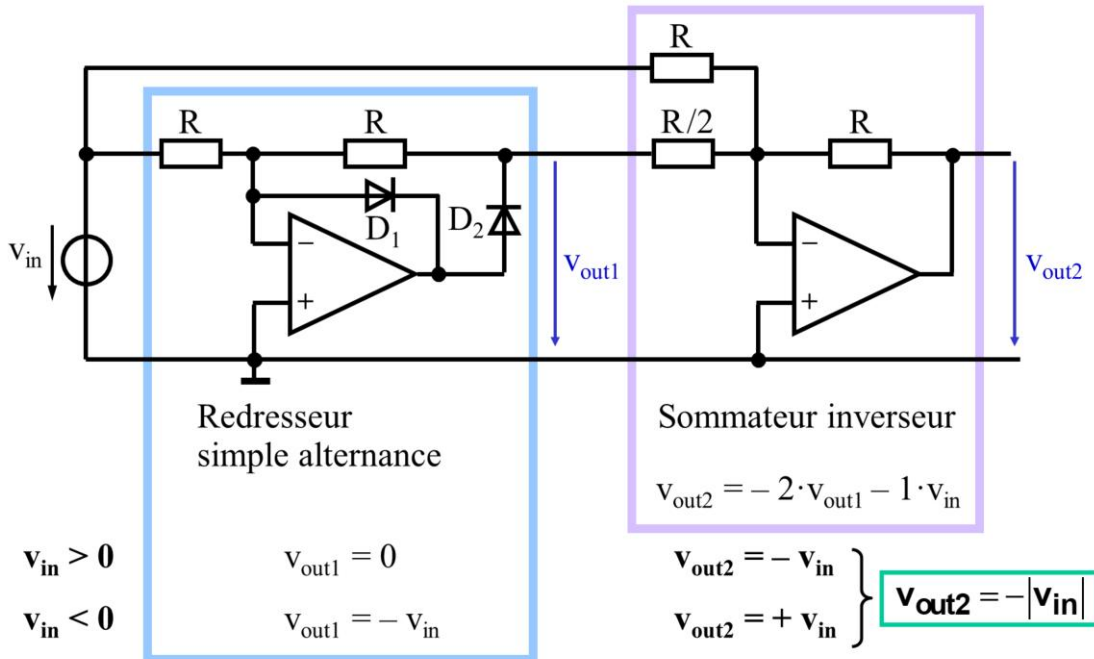


Pour simplifier, l'analyse se fait à sortie ouverte. Les résultats obtenus restent valables pour une charge purement résistive, même si le raisonnement est un peu plus compliqué.

L'ampli op est toujours en réaction négative, par  $D_2$  et  $R$  lorsque sa sortie est positive, par  $D_1$  lorsque sa sortie est négative. Donc  $u_i = 0$ .

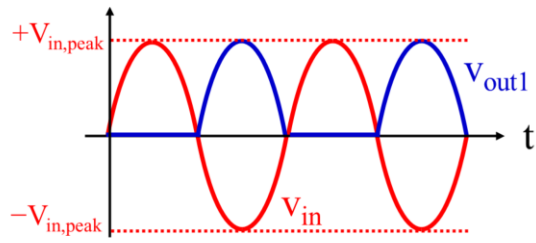
Les flèches indiquent le sens réel du courant.

## REDRESSEUR PARFAIT DOUBLE ALTERNANCE

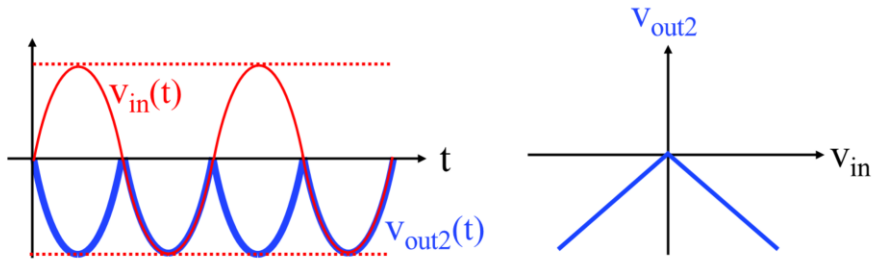


La résistance  $R/2$  constitue la charge purement résistive du redresseur, puisqu'elle est connectée entre la sortie de celui-ci et un point à potentiel nul, qui est la masse fictive du sommateur inverseur.

## REDRESSEUR PARFAIT DOUBLE ALTERNANCE (SUITE)



$$v_{out2} = -2 \cdot v_{out1} - 1 \cdot v_{in}$$

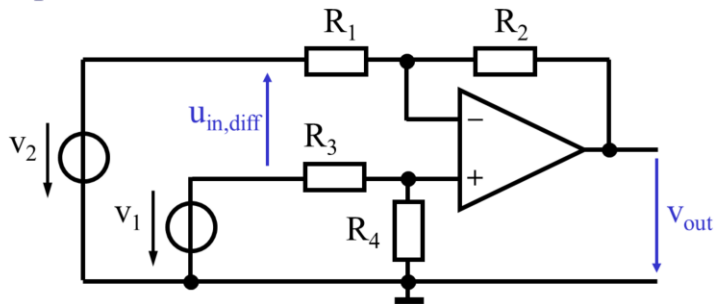


$$v_{out2} = -|v_{in}|$$

# L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL

## L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL, ANALYSE DU CAS GÉNÉRAL

### L'amplificateur différentiel



Sous certaines conditions (voir prochain transparent), ce circuit se comporte comme un amplificateur différentiel: la tension de sortie ne dépend que de la **différence de tension** entre ses deux entrées, et non de la tension moyenne qui est appelée tension de mode commun.

$$v_{out} = A_{Diff} \cdot (v_1 - v_2) = A_{Diff} \cdot u_{in,diff}$$

‘+’ ‘-’  $A_{Diff}$  : Gain Différentiel

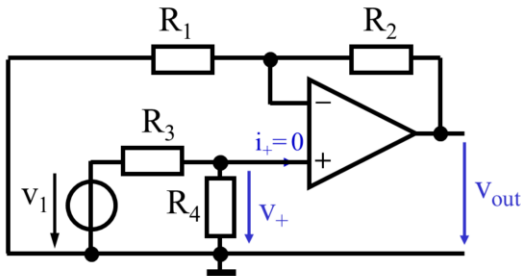
L'amplificateur opérationnel peut se comporter comme un amplificateur différentiel dont le gain est défini par :

$$A_{diff} = \frac{v_{out}}{u_{in,diff}} = \frac{v_{out}}{v_1 - v_2}$$

Dans le circuit ci-dessus, un choix judicieux de résistance permet de réaliser cette fonction.

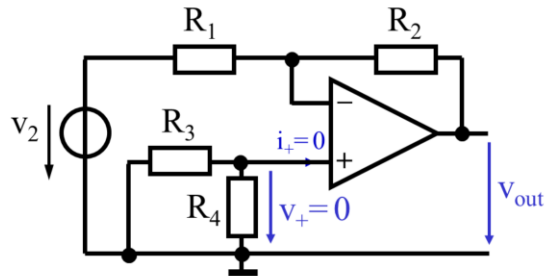
## L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL, ANALYSE DU CAS GÉNÉRAL

Application du théorème de superposition



ampli non-inverseur vis-à-vis de  $v_+$

$$v_{out} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot v_+ = \frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} \cdot v_1$$



ampli inverseur vis-à-vis de  $v_2$

$$v_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_2$$

$$v_{out} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} \cdot v_1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot v_2$$

Condition pour avoir un ampli purement différentiel:  $\frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} = \frac{R_2}{R_1}$

En toute généralité, on obtient la tension de sortie  $V_{out}$  en appliquant le principe de superposition pour chacune des sources  $V_1$  et  $V_2$ .

Le résultat montre que la tension de sortie est une combinaison linéaire des tensions  $V_1$  et  $V_2$ .

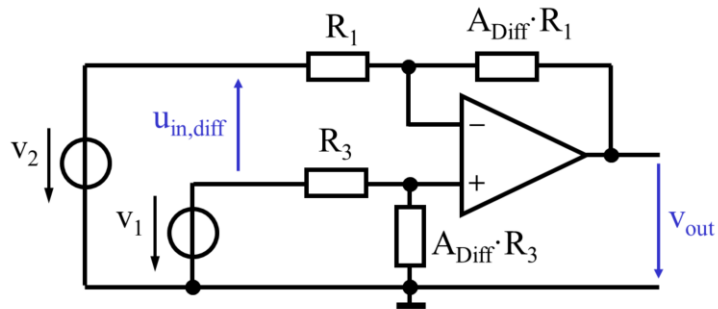
Pour obtenir une forme  $v_{out} = A_{Diff} \cdot (v_1 - v_2)$

Il faut vérifier que  $\frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} = \frac{R_2}{R_1}$

## L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL, ANALYSE DU CAS GÉNÉRAL

Ce qui revient à imposer  $R_2/R_1 = R_4/R_3 = A_{Diff}$

Dans ce cas, on peut définir le gain différentiel  $v_{out} = A_{Diff} (v_1 - v_2)$

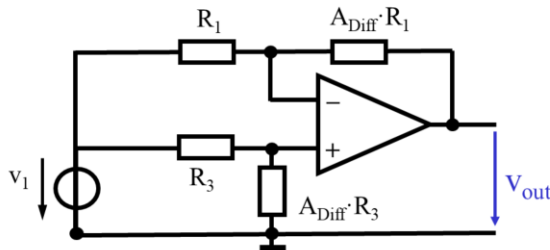


## L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL. LE MODE COMMUN

Il existe aussi un mode commun donné par  $(v_1+v_2)/2$

Comme pour le gain différentiel, on définit le **gain en mode commun**:

$$A_{mc} = \frac{v_{out}}{u_{in-mc}} \quad \text{où } v_1 = v_2 = u_{in-mc}$$



⇒ L'idéal est de rejeter le mode commun de sorte que dans ce cas  $V_{out} = 0$

**Le taux de réjection en mode commun CMRR :**  $CMRR = \frac{A_{diff}}{A_{mc}}$

Toute différence entre ces deux rapports de résistances a pour conséquence que la sortie dépendra non seulement de la différence  $(v_1 - v_2)$ , mais également de la valeur moyenne  $(v_1 + v_2)/2$ , dite tension de mode commun  $u_{in,mc}$ , un artéfact ce qui est à minimiser.

On définit le gain de mode commun:  $A_{mc} = \frac{v_{out}}{u_{in,mc}}$  lorsque  $v_1 = v_2 = u_{in,mc}$

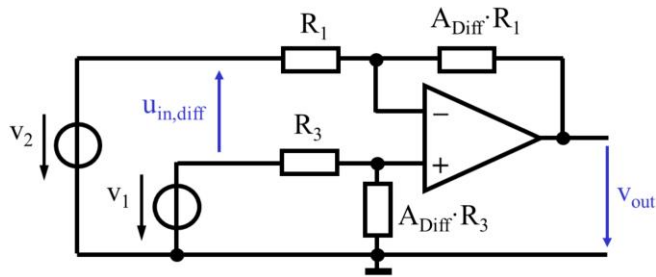
Le taux de réjection de mode commun est donné par:  $CMRR = \frac{A_{diff}}{A_{mc}}$

Plus CMRR est élevé, meilleur est l'ampli différentiel.

## L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL HAUTES PERFORMANCES

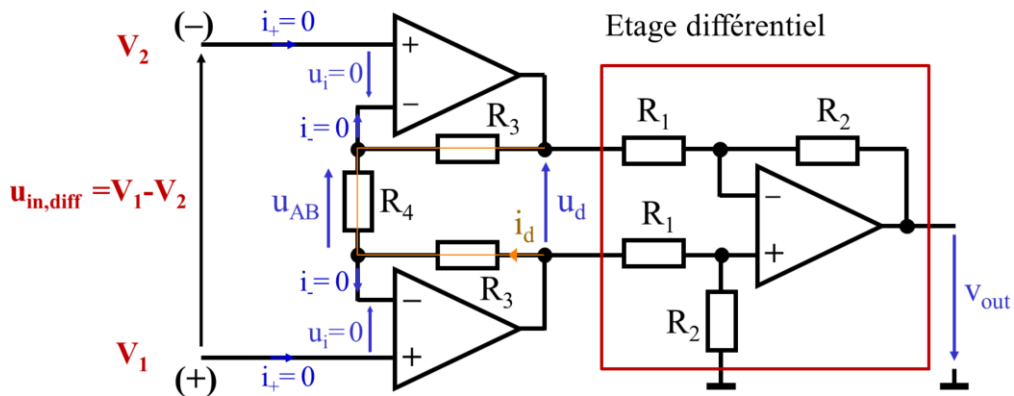
Il existe principalement 2 inconvénients à cette approche:

- Un courant circule à travers les sources  $V_1$  et  $V_2$ , ce qui pourrait changer leurs valeurs si leurs impédances internes sont élevées (capteurs).
- On doit changer simultanément 2 résistances pour changer le gain.



Ces limitations peuvent être résolues en adoptant une autre topologie qui utilisent plusieurs ampli. Op.

## L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL HAUTES PERFORMANCES



$$u_i = 0 \Rightarrow u_{AB} = u_{in,diff}$$

$$i_- = 0 \Rightarrow i_d = \frac{u_{AB}}{R_4} = \frac{u_{in,diff}}{R_4}$$

$$u_d = (R_3 + R_4 + R_3) \cdot i_d = \frac{2R_3 + R_4}{R_4} \cdot u_{in,diff}$$

montage diff  $v_{out} = \frac{R_2}{R_1} \cdot u_d$

$$V_{out} = u_{in,diff} \left( 1 + 2 \frac{R_3}{R_4} \right) \frac{R_2}{R_1}$$

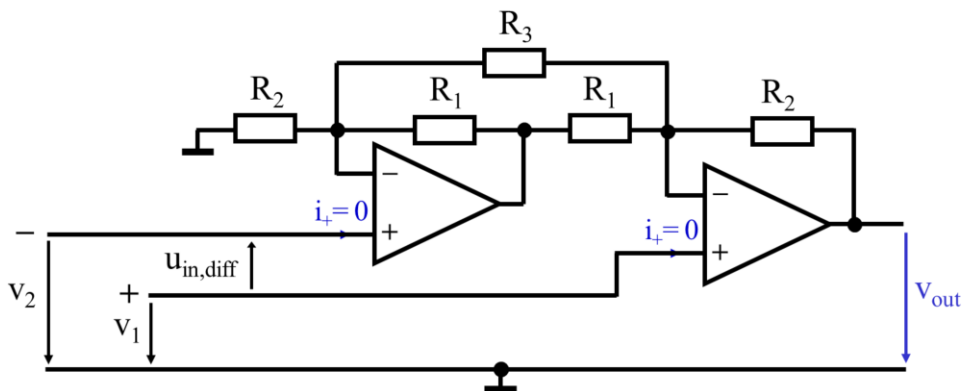
*Gain variable avec  $R_4$*

Ce circuit présente un avantage:

Contrairement au circuit avec un seul Ampli. Op où on doit coordonner la variation de 2 résistances pour changer le gain, dans ce cas le gain peut être changé uniquement  $R_3$ .

De plus, la résistance d'entrée est infinie pour les source  $V_1$  et  $V_2$ .

## L'AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL, VARIANTE À DEUX AMPLI OP



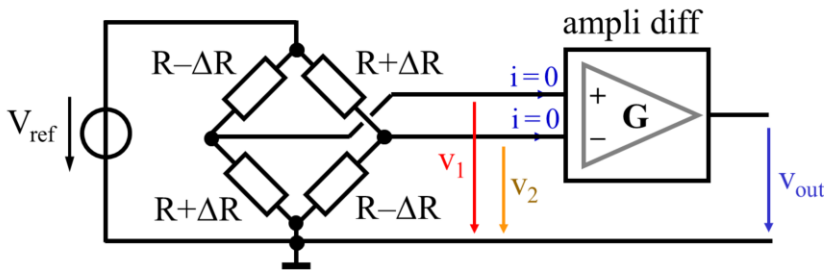
$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + 2 \frac{R_2}{R_3}\right) (V_1 - V_2) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + 2 \frac{R_2}{R_3}\right) u_{in,diff}$$

(voir exercice)

Plus simple car ne nécessite que 2 ampli. Op.

Cependant, le CMRR est moins bon que pour le montage précédent à trois ampli. Op.

## APPLICATIONS DE L'AMPLI DIFF : AMPLI POUR CAPTEUR EN PONT

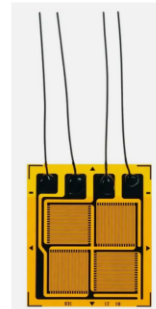


$$v_1 = \frac{R + \Delta R}{R + \Delta R + R - \Delta R} \cdot V_{ref} = \frac{R + \Delta R}{2R} \cdot V_{ref} = \frac{V_{ref}}{2} \left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right)$$

$$v_2 = \frac{R - \Delta R}{R - \Delta R + R + \Delta R} \cdot V_{ref} = \frac{R - \Delta R}{2R} \cdot V_{ref} = \frac{V_{ref}}{2} \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right)$$

$$V_{out} = G (V_1 - V_2) = V_{ref} \frac{\Delta R}{R} G$$

Exemple:  $V_{ref} = 5 \text{ V}$ ,  $\Delta R/R = \pm 1\text{‰} \Rightarrow 2.4975 \text{ V} \leq v_1 \text{ et } v_2 \leq 2.5025 \text{ V}$   
 $G = A_{diff} = 1000 \Rightarrow -5 \text{ V} \leq v_{out} \leq 5 \text{ V}$



BF1000-3EB Full Bridge Foil Strain Gauge

**CHF 1.22- 2.02**

Min. order: 1 piece

★★★★★ 4.7/5.0 (55 reviews)

Il s'agit d'un circuit qui est sensé mesurer un écart de résistance très faible entre quatre résistances. Il est utilisé pour mesurer d'infimes déformations, par exemple dans un pédalier de vélo électrique.

Le gain doit être très important si on veut une grande sensibilité, mais il faut s'assurer que l'amplificateur ne va pas 'saturer' à cause de la tension en mode commun qui peut être très élevée.

Dans notre cas, la tension de mode commun vaut:  $u_{in,mc} = (v_1 + v_2)/2 = V_{ref}/2 = 2.5 \text{ V}$ .

Si l'on veut que son impact sur la tension de sortie soit  $< 5 \text{ mV}$ , alors on doit avoir un gain en mode commun  $A_{mc} < 0.002$

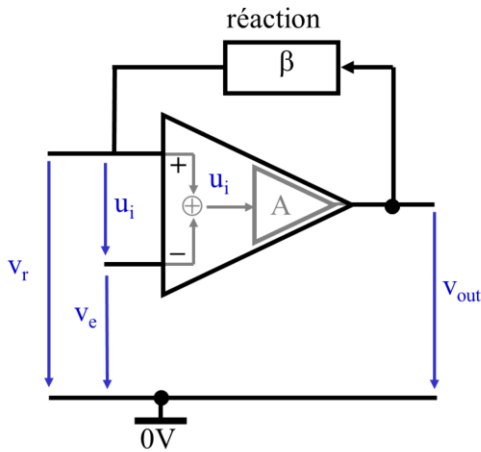
Dans ce cas, d'après les calculs on doit satisfaire  $A_{Diff} = 1000$ .

Le CMRR de l'ampli différentiel doit donc être  $> 500'000$ , soit 114 dB.

## **L'AO EN RÉACTION POSITIVE**

## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION POSITIVE

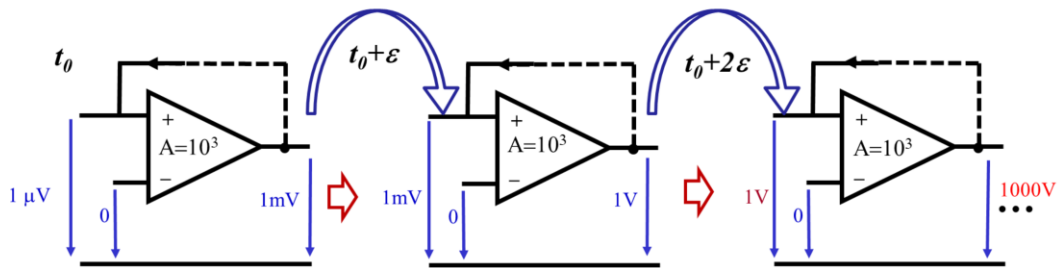
La réaction positive est un principe qui consiste à ramener une image du signal de sortie pour **l'additionner au signal initial d'entrée**.



Le système n'aura pas d'état d'équilibre; il va diverger vers la saturation positive ou négative suivant que  $u_i = v_r - v_e$  est positive ou négative.

**La réaction positive consiste à ramener une image de la sortie de l'AO vers l'entrée '+'.**

## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION POSITIVE



Toute tension résiduelle sur l'une des entrées finira par créer une tension de sortie qui divergera.

Le système est instable, il amplifie 'à l'infini' le moindre 'bruit' électrique.

Lorsque l'amplificateur opérationnel (ou le comparateur) est en réaction positive :

- la sortie ne peut prendre que deux valeurs  $V_{\text{sat}+}$  ( $V_{\text{OH}}$ ) ou  $V_{\text{sat}-}$  ( $V_{\text{OL}}$ )
- la sortie change d'état lorsque  $u_i$  change de signe, donc passe par zéro

(si vous êtes intéressé-e par une démonstration rigoureuse, voir le lien dans les notes  
DOI:10.13140/RG.2.2.18337.83049/1)

Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 53

### L'ampli op en réaction positive n'a pas d'état d'équilibre stable.

En effet supposons un état d'équilibre à un instant donné, toute augmentation de  $v_{\text{out}}$  (à cause de fluctuations (bruit électronique) ...), aussi infime soit-elle, entraîne une augmentation de  $u_i$ , qui multipliée par le très grand gain  $A$  provoque une augmentation de  $v_{\text{out}}$ , et ainsi de suite jusqu'à la saturation.

Une fois que la sortie est en saturation  $V_{\text{sat}+}$  ou  $V_{\text{sat}-}$ ,  $v_r$  est constante, égale à  $\beta V_{\text{sat}+}$  ou  $\beta V_{\text{sat}-}$ . Pour que la sortie change d'état, il faut que  $u_i$  change de signe, ce qui n'est possible qu'en modifiant  $v_e$  pour le qu'il soit supérieur à  $\beta V_{\text{sat}+}$  ou inférieur à  $\beta V_{\text{sat}-}$ .

# Rigorous Proof of Positive and Negative Feedback Modes with Operational Amplifiers.

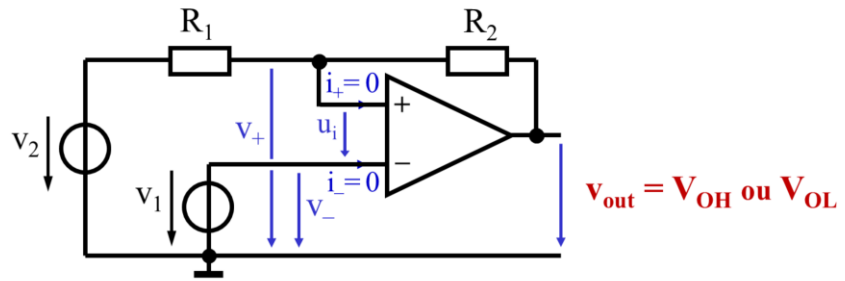
Jean-Michel Sallese and Eytan Zysman

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Electrical Dpt, EDLAB, 1015 Lausanne - Switzerland

## ABSTRACT

We claim that the way positive and negative feedback operation with operational amplifiers are presented in some textbooks and taught to students is not rigorous. In this note we propose a unified solution in a coherent approach which, in addition, resolves a major contradiction inherent to the positive feedback mode. We believe that this approach is dedicated for introductory lectures on operational amplifiers.

## L'AMPLI OP EN RÉACTION POSITIVE, ANALYSE DU CAS GÉNÉRAL



Superposition: →

$$v_+ = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot v_2 + \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot v_{out} \quad v_- = v_1$$

La sortie change d'état si  $u_i$  change de signe, donc pour  $u_i = v_+ - v_- = 0$

lorsque la sortie est à  $V_{OH}$ , elle bascule si :  $\frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot v_2 + \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot V_{OH} = v_1$

lorsque la sortie est à  $V_{OL}$ , elle bascule si :  $\frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot v_2 + \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot V_{OL} = v_1$

Dans le cas général on a deux variables  $v_1$  et  $v_2$ , ainsi qu'une **constante**  $v_{out}$  **qui ne peut prendre que deux valeurs possibles  $V_{OH}$  ou  $V_{OL}$ .**

$v_-$  est directement égale à  $v_1$ .

$v_+$  dépend de  $v_2$  et de  $v_{out}$  selon la relation ci-dessus que l'on peut obtenir en utilisant le théorème de superposition.

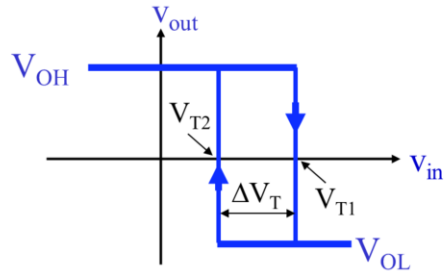
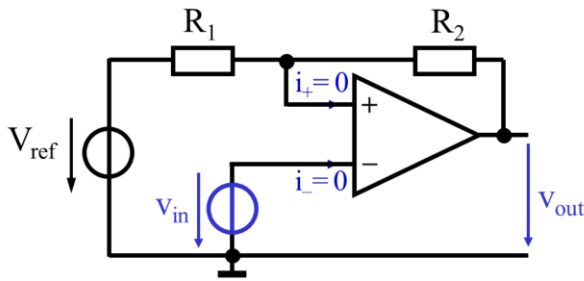
**La condition de changement d'état (basculement) impose que  $u_i$  change de signe, donc passe par  $u_i = 0$ , donc que  $v_+ = v_-$ .**

Ceci donne deux états pour la sortie :

-  $v_{out} = V_{OH}$

-  $v_{out} = V_{OL}$

## COMPARATEUR À SEUILS INVERSEUR



**Inverseur :  $V_{in}$  'vers le '-'**

la sortie descend de  $V_{OH}$  à  $V_{OL}$  pour :  $v_{in} = V_{T1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{ref} + \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot V_{OH}$

la sortie monte de  $V_{OL}$  à  $V_{OH}$  pour :  $v_{in} = V_{T2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{ref} + \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot V_{OL}$

l'hystérèse vaut :  $\Delta V_T = \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot (V_{OH} - V_{OL})$

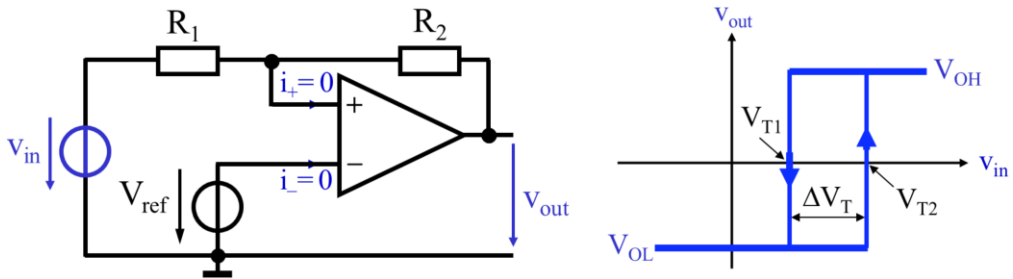
$$V_{T2} < V_{T1}$$

Par rapport au cas général,  $v_1$  est la variable d'entrée  $v_{in}$  et  $v_2$  la tension de référence.

Comme par définition  $V_{OH} > V_{OL}$ , on a toujours  $V_{T1} > V_{T2}$

Si dans ce cas on pose  $V_{ref} = 0$ , on retrouve le schéma de principe de la réaction positive avec  $\beta = R_1 / (R_1 + R_2)$

## COMPARATEUR À SEUILS NON-INVERSEUR



*Non-Inverseur :  $V_{in}$  'vers le '+'*

la sortie descend de  $V_{OH}$  à  $V_{OL}$  pour :  $v_{in} = V_{T1} = \frac{R_2 + R_1}{R_2} \cdot V_{ref} - \frac{R_1}{R_2} \cdot V_{OH}$

la sortie monte de  $V_{OL}$  à  $V_{OH}$  pour :  $v_{in} = V_{T2} = \frac{R_2 + R_1}{R_2} \cdot V_{ref} - \frac{R_1}{R_2} \cdot V_{OL}$

l'hystérèse vaut :  $\Delta V_T = \frac{R_1}{R_2} \cdot (V_{OH} - V_{OL})$

$V_{T2} > V_{T1}$

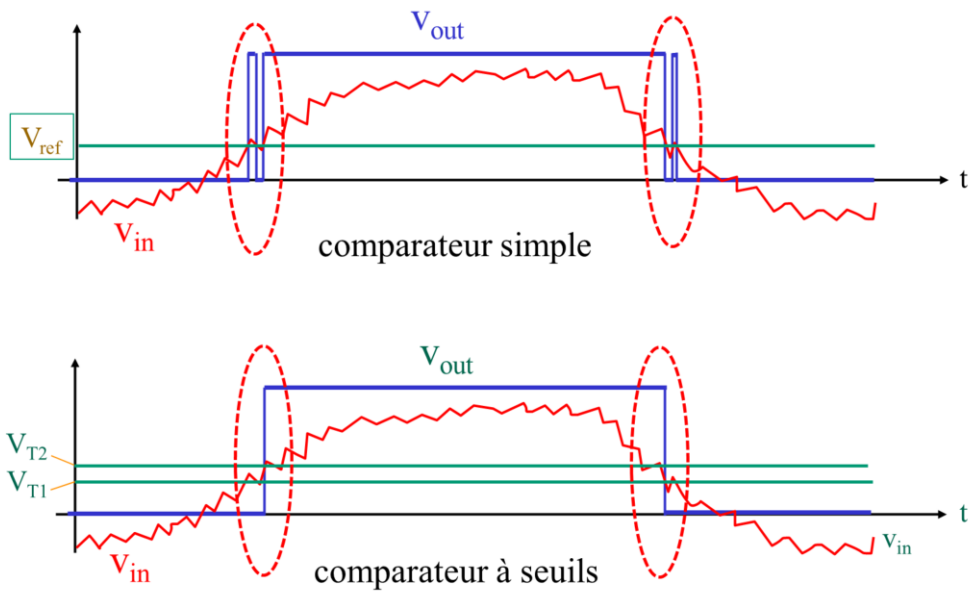
Si la sortie est à  $V_{OH}$ , elle bascule pour:  $\frac{R_2}{R_2 + R_1} v_{in} + \frac{R_1}{R_2 + R_1} V_{OH} = V_{ref}$

Si la sortie est à  $V_{OL}$ , elle bascule pour:  $\frac{R_2}{R_2 + R_1} v_{in} + \frac{R_1}{R_2 + R_1} V_{OL} = V_{ref}$

D'où l'on tire les deux valeurs particulières de  $v_{in}$  ( $V_{T1}$  et  $V_{T2}$ ) qui font basculer la sortie.

Comme par définition  $V_{OH} > V_{OL}$ , on a toujours  $V_{T1} < V_{T2}$

**EXEMPLE D'APPLICATION DU COMPAREUR À SEUILS:  
COMPARAISON D'UN SIGNAL BRUITÉ AVEC UNE RÉFÉRENCE**

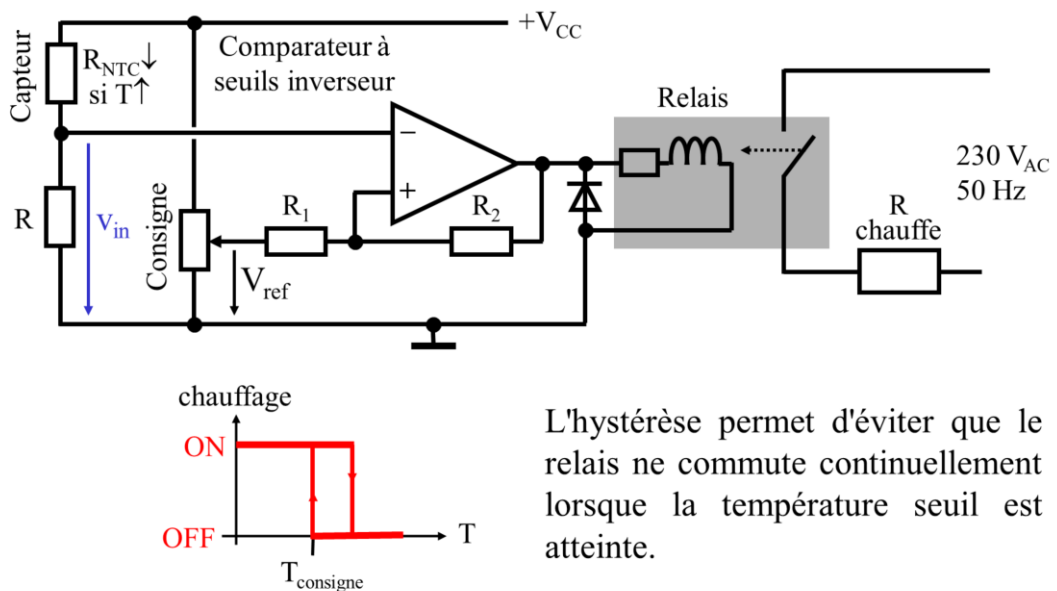


Si l'on compare une référence et un signal auquel est superposé du bruit, un comparateur simple va générer des transitions multiples incontrôlées.

C'est un problème si ce signal binaire sert d'horloge à un compteur qui compte chaque front montant.

Si l'on utilise un comparateur à seuils avec une hystérèse supérieure au niveau du bruit, on obtient un seul front montant, puis un seul front descendant.

## EXEMPLE D'APPLICATION DU COMPAREUR À SEUILS: THERMOSTAT



L'hystérèse permet d'éviter que le relais ne commute continuellement lorsque la température seuil est atteinte.

$R_{NTC}$  est une résistance à coefficient de température négatif: la valeur de la résistance diminue lorsque la température augmente.

Comme le courant dans l'entrée – du comparateur est nul, on a:

$v_{in} = +V_{CC} R / (R + R_{NTC})$  augmente lorsque la température monte.

$V_{ref}$  est une constante réglable par l'utilisateur pour ajuster la température de consigne.

Le comparateur à seuil est inverseur.

Lorsque la sortie du comparateur est à  $V_{OL} \approx 0V$ , il y a une tension nulle aux bornes de la bobine, donc aucun courant n'y circule, le contact est ouvert.

Lorsque la sortie du comparateur est à  $V_{OH} \approx +V_{CC}$ , il y a une tension  $+V_{CC}$  aux bornes de la bobine, donc un courant y circule, le contact est attiré par l'électroaimant et se ferme: le corps de chauffe est alimenté.

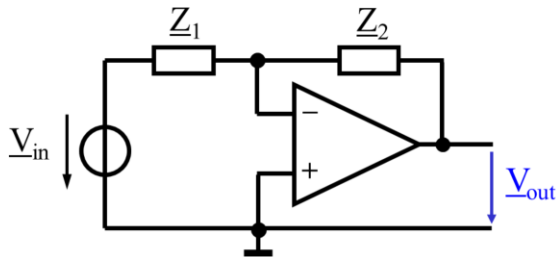
La diode en parallèle sur la bobine du relais protège la sortie du comparateur lors de la coupure du courant de commande (diode 'roue libre').



**AO EN RÉGIME SINUS.  
CARACTÉRISTIQUES  
DYNAMIQUES.**

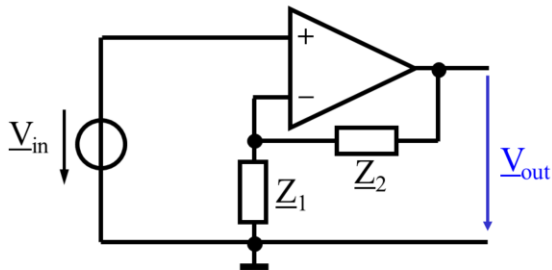
## L'AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL EN RÉACTION NÉGATIVE

### Filtres et fonctions de transfert simples



#### AO en mode Inverseur

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$



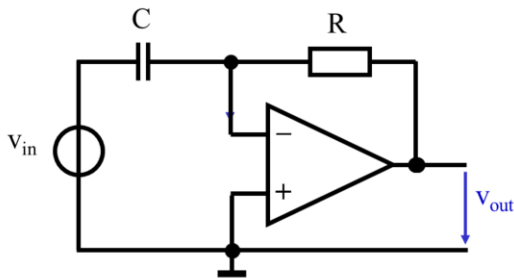
#### AO en mode non-Inverseur

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{Z_2 + Z_1}{Z_1} = \frac{Z_2}{Z_1} + 1$$

Il s'agit d'une généralisation de la notion d'amplificateur inverseur et non-inverseur avec des impédances complexes à la place de résistances.

## L'AO DÉRIVATEUR EN RÉGIME SINUS

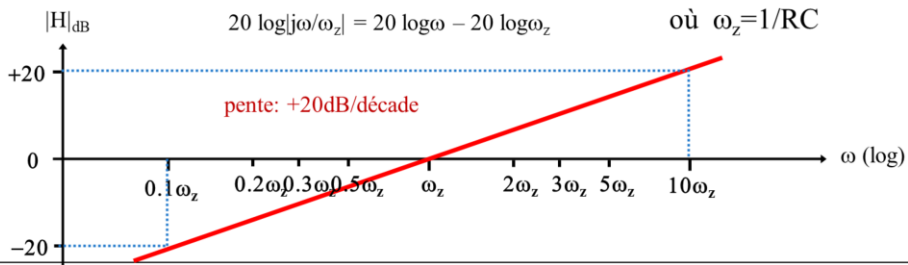
Régime sinusoïdal: Analyse en utilisant les impédances complexes



$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_R}{Z_C} = -j\omega RC$$

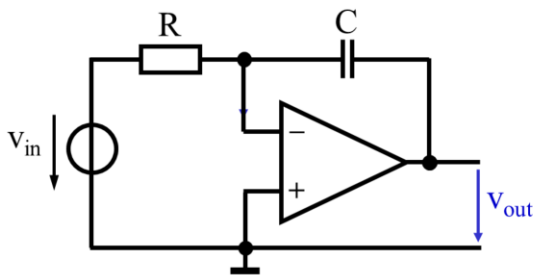
La fonction de transfert indique qu'il s'agit d'un filtre qui laisse passer le signal d'autant plus que sa fréquence est élevée

Il s'agit d'un filtre passe-haut



## L'AO INTÉGRATEUR EN RÉGIME SINUS

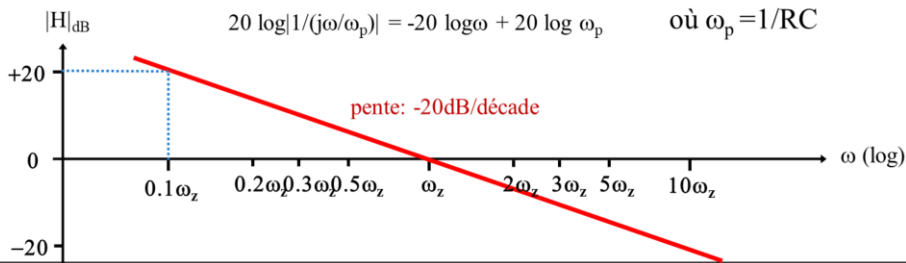
Régime sinusoïdal: Analyse en utilisant les impédances complexes



$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_C}{Z_R} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

Cette fois, la fonction de transfert indique qu'il s'agit d'un filtre qui laisse passer le signal d'autant plus que sa fréquence est basse

**Il s'agit d'un filtre passe-bas**

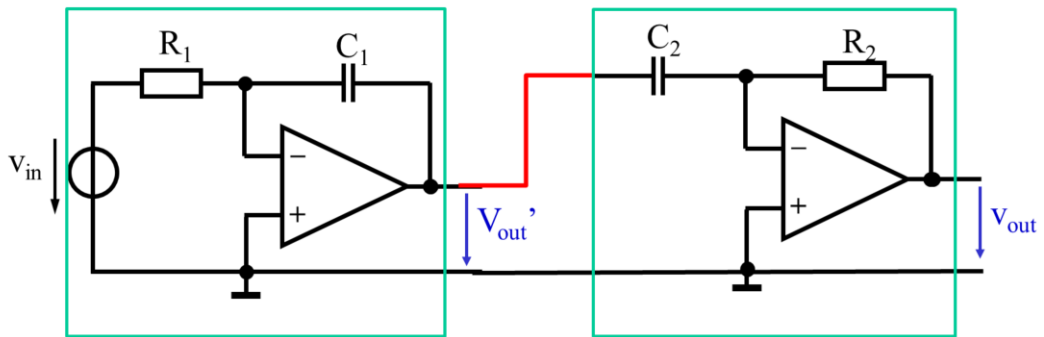


Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 64

En permutant résistance et capacité, on réalise en sortie une fonction qui représente l'intégrale du signal d'entrée.

En régime sinusoïdal, ce circuit réalise un filtre passe-bas, car plus la fréquence est basse, plus l'amplitude du signal de sortie diminue .

### EXEMPLE SIMPLIFIÉ DE MISE EN SÉRIE



$$H1(j\omega) = \frac{V_{out}'}{V_{in}} = -\frac{Z_{C1}}{Z_{R1}} = -\frac{1}{j\omega R_1 C_1} \quad H2(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{out}'} = -\frac{Z_{R2}}{Z_{C2}} = -j\omega R_2 C_2$$

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}$$

‘La dérivée’ d’une ‘intégrale’ redonne la fonction.

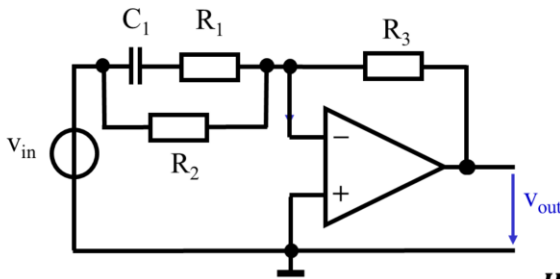
Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 65

Dans le cas des AO, la tension de sortie ne dépend pas du courant de sortie. Cette propriété implique que la tension de sortie ne changera pas si on connecte un autre élément à la suite.

Ceci permet de dire que la fonction de transfert finale est le produit des fonctions de transfert prises individuellement.

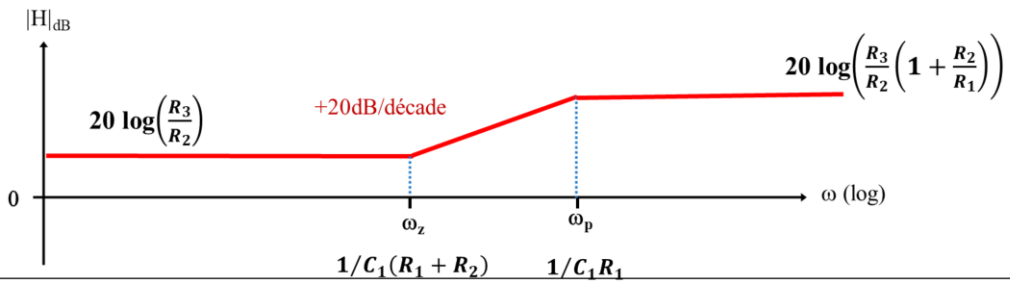
## VARIANTES D'UN FILTRE PASSE-HAUT INVERSEUR

Un exemple de circuit.



$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{R_3}{\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) R_2} \frac{1}{R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = - \left(\frac{R_3}{R_2}\right) \frac{1 + j\omega C_1(R_1 + R_2)}{1 + j\omega C_1 R_1}$$



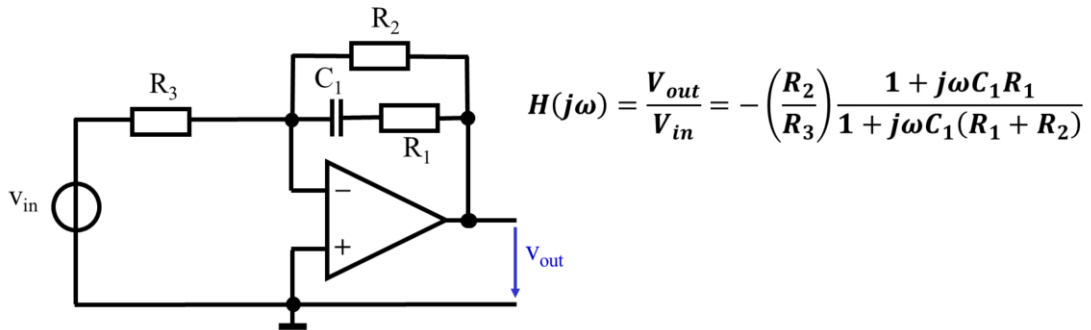
Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 66

Les filtres reels ont une architecture plus complexe.

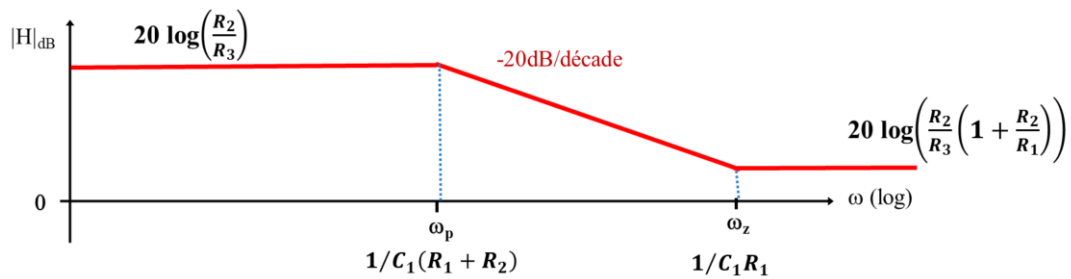
On remarquera qu'aux basses et hautes fréquences la capacité  $C_1$  n'intervient plus dans l'expression de l'amplitude du signal de sortie  $V_{out}$ : la capacité agit soit comme un court-circuit (hautes fréquences), soit comme un circuit ouvert (basses fréquences).

## VARIANTE D'UN FILTRE PASSE-BAS INVERSEUR

En permutant les impédances, on obtient la fonction inverse



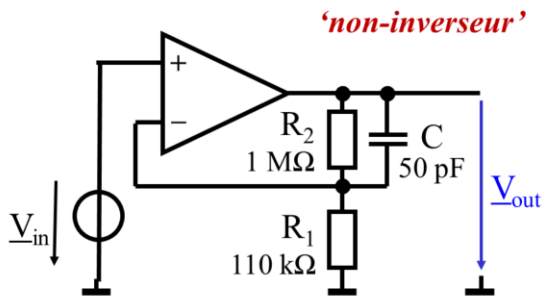
$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\left(\frac{R_2}{R_3}\right) \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 (R_1 + R_2)}$$



Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 67

Il s'agit là aussi d'un filtre plus réaliste. Notez qu'il est le 'miroir' du filtre précédent.

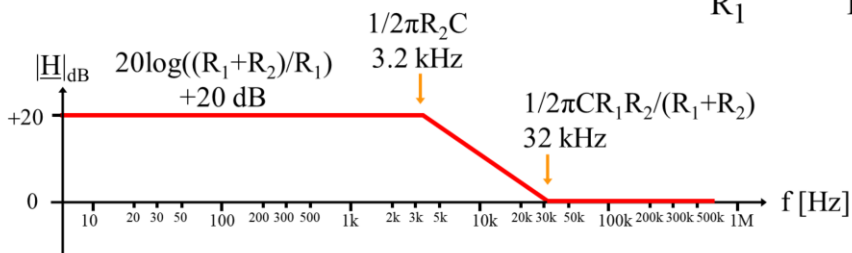
## VARIANTE D'UN FILTRE PASSE-BAS NON-INVERSEUR



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C} + R_1}{R_1} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} + R_1}{R_1}$$

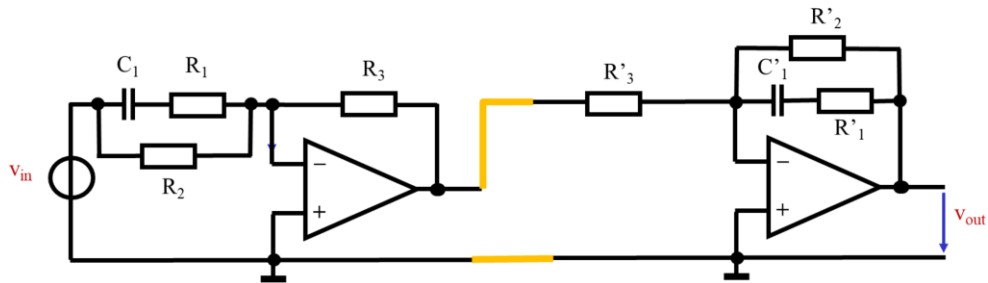
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2 C}{R_1 (1 + j\omega R_2 C)}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + j\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C}{1 + j\omega R_2 C}$$



### EXEMPLE 'ACADÉMIQUE' D'UN FILTRE BASSE-BANDE

En connectant en série le filtre basse haut avec le filtre passe-bas non-inverseurs précédents, la fonction de transfert globale est le produit des fonctions de transfert

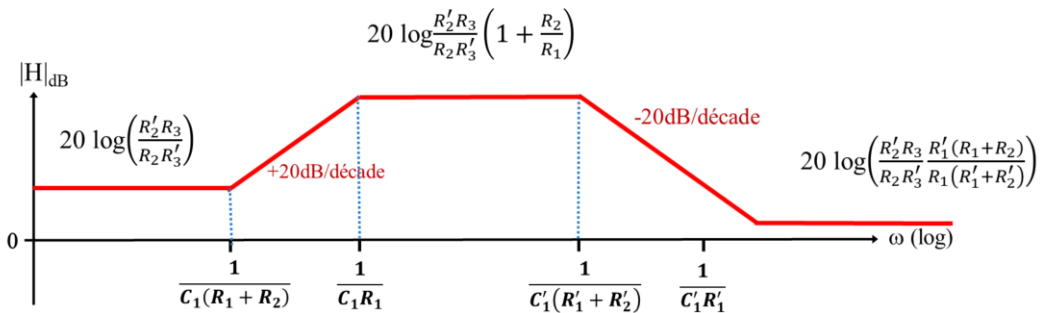


$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \left( \frac{R'_2 R_3}{R_2 R'_3} \right) \frac{(1 + j\omega C_1 (R_1 + R_2))(1 + j\omega C'_1 R'_1)}{(1 + j\omega C'_1 (R'_1 + R'_2))(1 + j\omega C_1 R_1)}$$

## EXEMPLE 'ACADÉMIQUE' D'UN FILTRE BASSE-BANDE

En choisissant les composants de sorte que les zéros et les pôles soient ordonnés de la manière suivante, on réalise un filtre basse-bande.

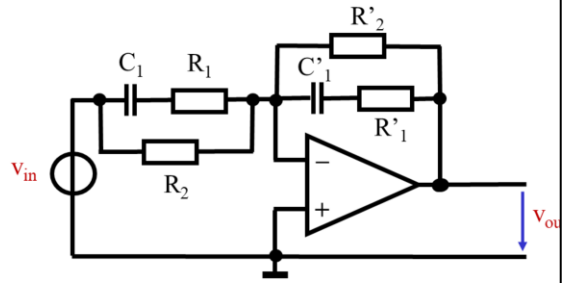
$$\frac{1}{C_1(R_1 + R_2)} < \frac{1}{C_1 R_1} < \frac{1}{C'_1(R'_1 + R'_2)} < \frac{1}{C'_1 R'_1}$$



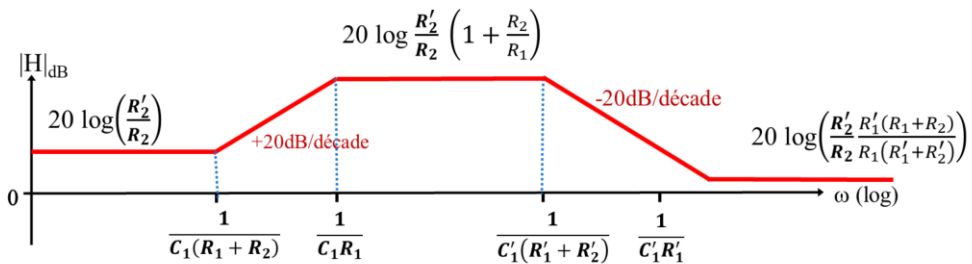
## FILTRE BASSE-BANDE ÉQUIVALENT

Le circuit précédent peut se simplifier en utilisant un seul AO :

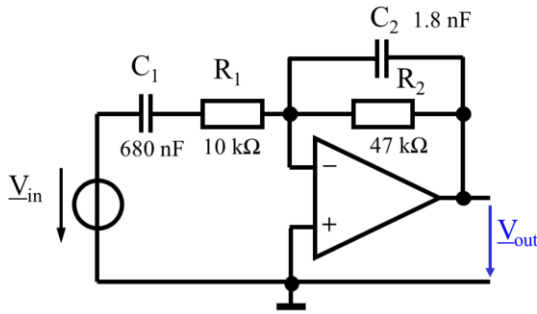
On obtient la même forme de fonction de transfert, au signe près (donc avec un déphasage supplémentaire de  $180^\circ$  )



$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R'_2 (1 + j\omega C_1(R_1 + R_2))(1 + j\omega C'_1 R'_1)}{R_2 (1 + j\omega C'_1(R'_1 + R'_2))(1 + j\omega C_1 R_1)}$$



## FILTRE BASSE-BANDE SIMPLIFIÉ

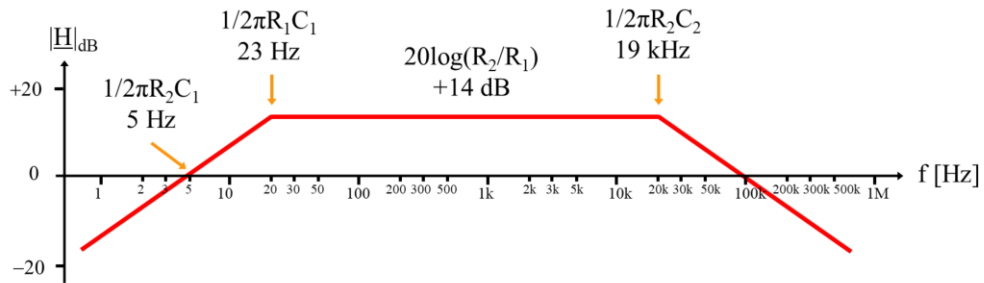


*'inverseur'*

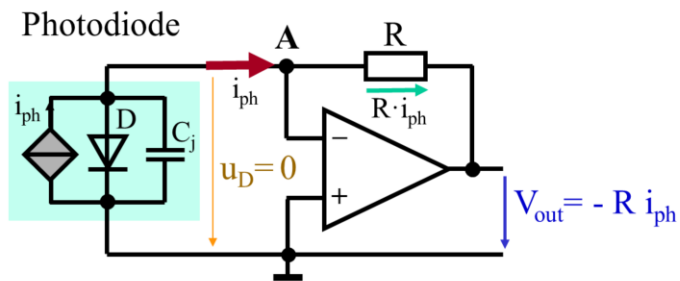
$$\underline{H}(j\omega) = - \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2} = - \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\underline{H}(j\omega) = - \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = - \frac{1 + j\omega R_2 C_2}{1 + j\omega R_1 C_1} \cdot \frac{j\omega C_1}{j\omega C_1}$$

$$\underline{H}(j\omega) = - \frac{j\omega R_2 C_1}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)}$$

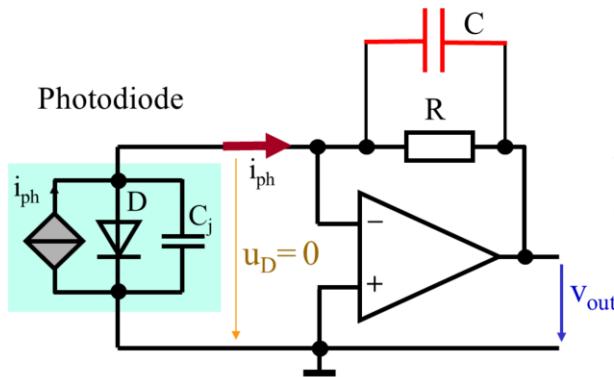


## RAPPEL: CONVERSION COURANT-TENSION PHOTODIODE



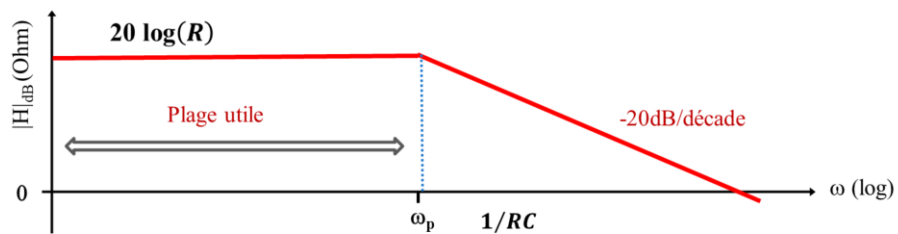
On souhaiterait éliminer les signaux optiques parasites au-delà d'une certaine fréquence

## RAPPEL: CONVERSION COURANT-TENSION PHOTODIODE FILTRAGE BASSE-FRÉQUENCE



Pour éviter les signaux parasites, et ne laisser passer que les fréquences en dessous d'une valeur limite  $f_p$ , on ajoute une capacité  $C$  en parallèle avec  $R$ .

$$H = \frac{V_{out}}{i_{ph}} = -\frac{R}{1 + j\omega RC}$$



Dans la pratique, de la lumière parasite sera également amplifiée, il faudra l'éliminer par filtrage.

Comme nous allons nous intéresser à des signaux relativement basse fréquence, une solution consiste à n'amplifier que des signaux en dessous d'une fréquence limite,  $f_c$ .

C'est ce que permet le simple ajout de la capacité  $C$ .

# Aspects Dynamiques de AO :

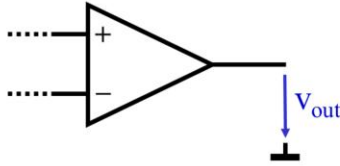
## Slew Rate

## Gain Bandwidth

## EFFET DU SLEW RATE

La tension de sortie présente une vitesse de variation  $dv_{out}/dt$  qui est limitée.

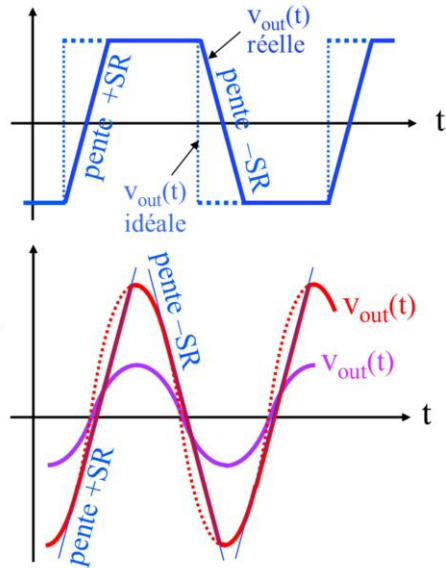
L'ampli op est aussi caractérisé par cette 'dynamique': **SR (Slew Rate)** en V/ $\mu$ s.



La pente de  $v_{out}$  (en valeur absolue) ne peut pas dépasser le Slew Rate.

$$V_{out} = A \sin \omega t \Rightarrow \frac{dV_{out}}{dt} = (A \omega) \cos \omega t$$

La déformation provoquée par le Slew Rate est un phénomène non-linéaire qui dépend de l'amplitude du signal de sortie et, dans le cas d'un signal périodique, de sa fréquence.



A cause de leur structure interne, les amplificateurs opérationnels ont aussi une limitation de la vitesse de variation de la tension de sortie appelé Slew Rate. Les fabricants spécifient ce Slew Rate :  $SR = (dv_{out}/dt)_{max}$  en V/ $\mu$ s.

La dérivée de la tension de sortie, c'est à dire la pente de  $v_{out}$  dans une représentation temporelle, ne peut pas excéder une limite appelée Slew Rate, que l'on considère généralement symétrique à la montée et à la descente.

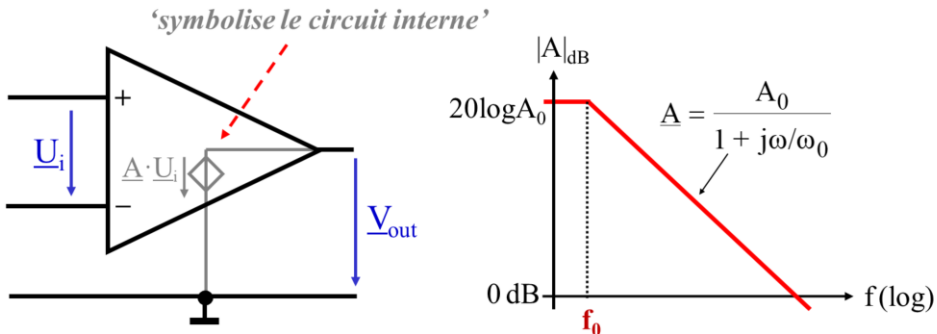
La dérivée d'un signal dépend de sa forme, de sa fréquence et de son amplitude. Un problème courant est celui d'un amplificateur qui, testé avec un signal donné, semble fonctionner correctement, alors que ce même signal, mais avec une amplitude supérieure, sera distordu.

## RÉPONSE EN FRÉQUENCE INTRINSÈQUE

Un ampli Op a un gain qui diminue au delà d'une fréquence  $f_0$   
(il est conçu pour varier de  $-20\text{dB/décade}$  jusqu'à  $0\text{ dB}$ ).

$$\underline{A} = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

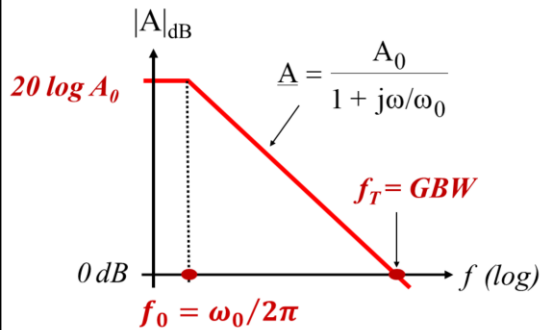
*La fréquence du signal impose le gain intrinsèque A de l'Ampli Op*



Tout amplificateur voit son gain diminuer plus ou moins rapidement au delà d'une certaine fréquence limite, souvent appelée bande passante.

Pour que l'ampli-op en réaction négative reste stable, c'est à dire qu'il ne se mette pas à osciller spontanément, il faut que sa propre fonction de transfert soit du type passe-bas du 1er ordre, avec un gain très élevé en basse fréquence puis décroissant de  $20\text{ dB/décade}$ , ceci jusqu'à la fréquence dite de transition  $f_T$  où le gain vaut 1 ( $0\text{ dB}$ ).

## RÉPONSE EN FRÉQUENCE INTRINSÈQUE



Pour des fréquences  $f > f_0$  on a :  $A \cong \frac{A_0}{j\frac{f}{f_0}}$

$f > f_0$  alors  $|A|f = |A_0|f_0 = \text{constante}$

La fréquence où le gain intrinsèque  $|A| = 1$  est la **fréquence de transition**  $f_T$

$|A_0|f_0$ , et donc  $f_T$ , est une caractéristique de l'AO: **Gain Band Width (GBW)**

$$f_T = |A_0|f_0 = GBW$$

Les fabricants spécifient cette fréquence qu'ils appellent couramment GBW pour Gain Band Width product, en français produit gain  $\times$  bande passante.

Démonstration:

A des fréquences bien supérieures à  $f_0$ , on a:  $A \cong \frac{A_0}{j\frac{f}{f_0}}$

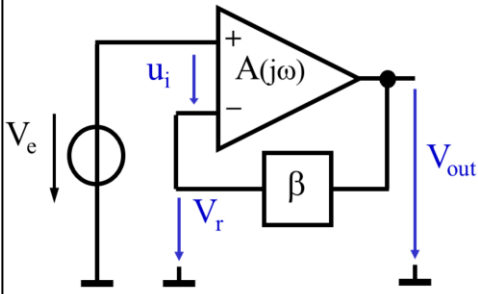
Par conséquent, on a la propriété :  $Af \cong A_0f_0$

Le gain devient égal à 1 à la **fréquence dite de transition**  $f_T$  qui vérifie

$$f_T \cong A_0f_0 .$$

C'est le GBW de l'AO, une caractéristique intrinsèque.

## EFFET DU GBW SUR LES MONTAGES À RÉACTION NÉGATIVE



$$v_r = \beta \cdot v_{out}$$

**Rappel:**

Si  $A = \infty$   $\left\{ \begin{array}{l} u_i = \frac{v_{out}}{A} \rightarrow 0 \\ v_{out} = \frac{v_e}{\beta} \end{array} \right.$

$\frac{1}{\beta} \Rightarrow$  Gain en mode non-inverseur

$$V_{out} = \frac{A_0}{1 + j\omega / \omega_0} \cdot u_i \quad \leftarrow \text{Propriété intrinsèque de l'AO}$$

$$V_r = \beta \cdot V_{out} \quad \leftarrow \text{Réaction négative du circuit externe}$$

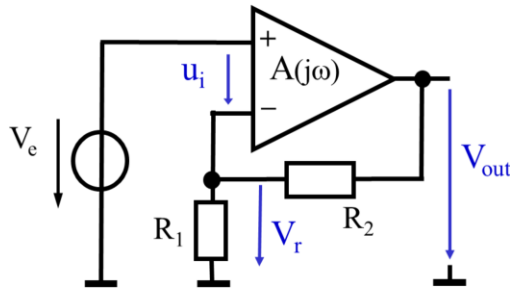
$$u_i = V_e - V_r$$



$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_e} = \frac{A_0}{1 + \beta A_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{(1 + \beta A_0)\omega_0}}$$

## EFFET DU GBW SUR LES MONTAGES À RÉACTION NÉGATIVE

**Exemple.**



$$V_r = \frac{V_{out}}{R_1 + R_2} R_1 = V_{out} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

**Ce schéma donne pour  $\beta$  :**  $\beta = \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$

**Rappelons que le gain en mode non-inverseur est**  $\frac{1}{\beta} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$

Dans un cas très simple, ce gain se réalise simplement avec 2 résistances.

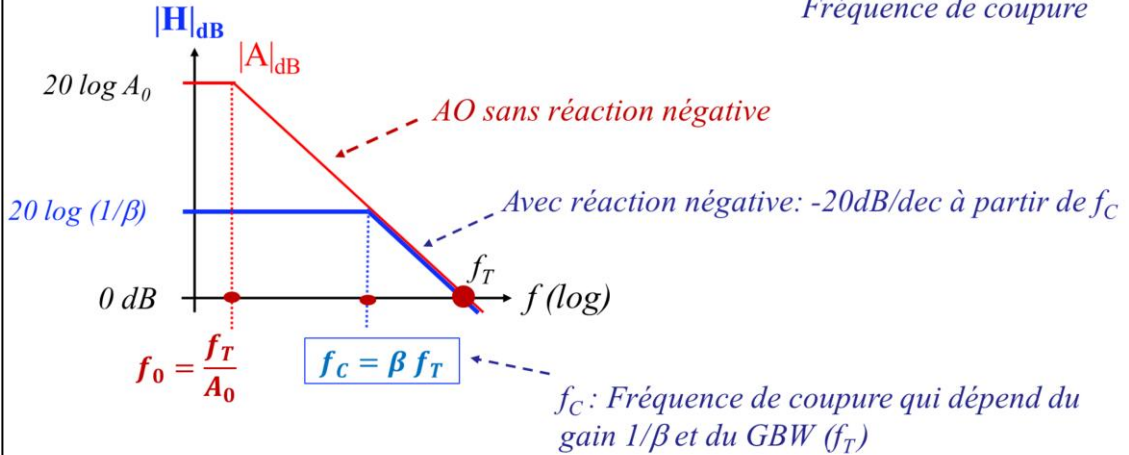
## EFFET DU GBW SUR LES MONTAGES À RÉACTION NÉGATIVE

Si  $\beta A_0 \gg 1$

$$\underline{H}(\omega) \cong \frac{1}{\beta} \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\beta A_0 \omega_0}} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{1+j\frac{f}{\beta f_T}} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{1+j\frac{f}{f_C}}$$

$$f_C = \beta f_T = \frac{GBW}{G_{non-inv}}$$

*Fréquence de coupure*



Initiation à l'électronique - Chapitre 5: L'Amplificateur Opérationnel - page 81

Si la fréquence  $f$  est supérieure à  $f_0$ , la fonction de transfert finale montre qu'on obtient un "gain"  $1/\beta$  correspondant à celui de l'amplificateur non-inverseur, **mais uniquement jusqu'à une fréquence de coupure  $f_C = \beta \cdot f_T$**

On peut l'exprimer ainsi:

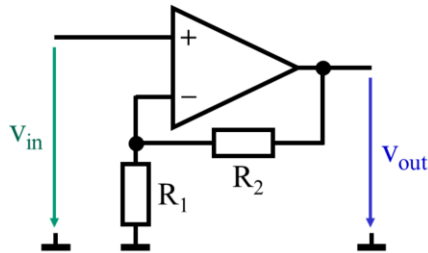
$$\text{bande passante} = \text{produit gain} \times \text{bande passante} / \text{gain} = GBW / G_{non-inv}$$

*On peut facilement vérifier que  $1/\beta$  est le gain non inverseur en posant  $\omega=0$  et  $A_0 \gg 1$ . On voit alors que  $H(\omega) = 1/\beta$ , et donc  $V_{out} = 1/\beta V_{in}$ .*

*$1/\beta$  est donc bien le gain en mode non-inverseur.*

## "BANDE PASSANTE" D'UN AMPLIFICATEUR NON-INVERSEUR

A la place de **fréquence de coupure**, on utilise l'expression **bande passante**, sous entendu, bande de fréquence de 0 Hz à la fréquence de coupure  $f_c$



$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$\text{AO: } \mathbf{GBW = 1 \text{ MHz}}$$

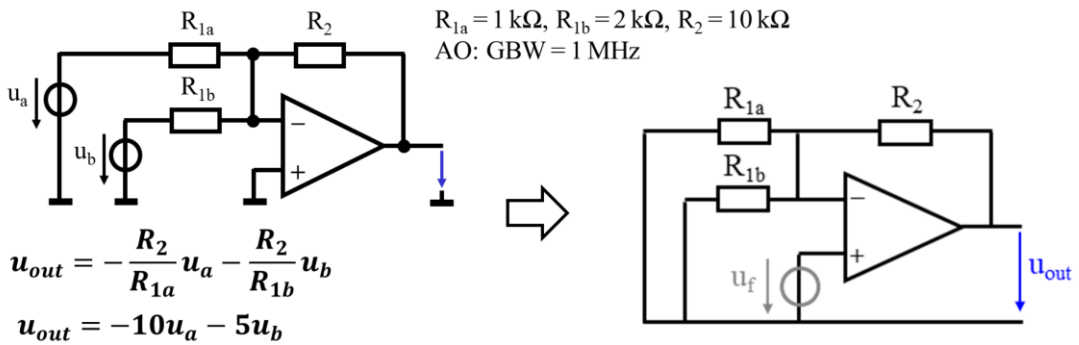
$$G_{\text{non-inv}} = \frac{v_{\text{out}}}{v_{\text{in}}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1} = \frac{1}{\beta} = 11 \text{ soit } +21 \text{ dB}$$

On utilise : **gain  $\times$  bande passante ( $f_c$ ) = GBW = constante**

$$f_c = \frac{\mathbf{GBW}}{G_{\text{non-inv}}} = \frac{\mathbf{10^6}}{\mathbf{11}} = \mathbf{91 \text{ kHz}}$$

Un gain de 11 ne pourra être obtenu que pour des fréquences  $< 91 \text{ kHz}$

## "BANDE PASSANTE" D'UN SOMMATEUR INVERSEUR



Dans le cas d'un montage en mode inverseur, la fréquence de coupure s'obtient en annulant toutes les sources indépendantes et en imaginant une source fictive  $u_f$  sur l'entrée +, ce qui donnera un mode non-inverseur pour le calcul du gain.

$$f_c = \text{GBW} \cdot \beta = \text{GBW} \cdot \frac{(R_{1a} // R_{1b})}{R_2 + (R_{1a} // R_{1b})} = \frac{\text{GBW}}{G_{\text{non-inv}}} = 63 \text{ kHz}$$

Dans ce cas la bande passante, est la même pour toutes les entrées bien que le gain soit différent pour chacune.